

ANFÄNGERPRAKTIKUM DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK,
UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

Versuch 11
Dia- und Paramagnetismus

Praktikant/in:	Vladislav Begert
E-Mail-Adresse:	v.begert@stud.uni-goettingen.de
Praktikant/in:	Christoph Kehl
E-Mail-Adresse:	christoph.kehl01@stud.uni-goettingen.de
Betreuer/in:	Carla Neubert
Datum der Durchführung:	06.07.2026

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie	2
2.1	Makroskopische Beschreibung von Materie im Magnetfeld	2
2.2	Mikroskopische Differenzierung: Dia- und Paramagnetismus	2
2.3	Kraftwirkung im inhomogenen Magnetfeld	3
3	Durchführung	4
4	Auswertung	8
4.1	Örtlicher Verlauf der Kraftflussdichte	8
4.2	Die Flussdichte und deren Gradient am Ort der Proben	8
4.3	Kräfte auf die Probekörper	10
4.4	Bestimmung der magnetischen Suszeptibilität	11
4.5	Kraftflussdichte und Gradient für verschiedene Stromstärken	12
4.6	Kraft und Flussdichte in Abhängigkeit von der Stromstärke	15
5	Diskussion	17
	Literatur	19

1 Einleitung

Wenn Magnetkarten Daten kontaktlos speichern, Festplatten in Serverzentren Petabytes an digitalen Informationen sichern oder supraleitende Bauteile empfindliche Messgeräte vor störenden äußeren Feldern abschirmen, beruhen diese Effekte auf den intrinsischen magnetischen Materialeigenschaften von Materie. Die mikroskopischen Antworten atomarer Strukturen auf ein äußeres Magnetfeld bilden das funktionelle Fundament der modernen Festkörperphysik und Informationstechnologie. Um Werkstoffe gezielt für Hochtechnologieanwendungen auszuwählen, ist eine quantitative Erfassung ihrer magnetischen Suszeptibilitäten unerlässlich.

Das Ziel dieses Experiments ist die systematische Untersuchung und quantitative Differenzierung von dia- und paramagnetischen Stoffeigenschaften. Mithilfe eines leistungsstarken Elektromagneten wird ein wohldefiniertes, inhomogenes Magnetfeld erzeugt, dessen räumliche Flussdichteverteilung präzise über eine Halbleiter-Hall-Sonde vermessen wird. Über die empfindliche Kraftwirkung im inhomogenen Feldbereich wird die mechanische Verdrängung oder Anziehung verschiedener Probekörper (Mangandioxid, Tantal, Wismut) mithilfe einer Analysewaage quantitativ erfasst. Die experimentellen Ergebnisse dienen der experimentellen Bestimmung der spezifischen und molaren Suszeptibilitäten der Werkstoffe sowie der kritischen Überprüfung des Curieschen Gesetzes.

2 Theorie

2.1 Makroskopische Beschreibung von Materie im Magnetfeld

Im Vakuum ist die magnetische Flussdichte (Induktion) $\vec{B}$ streng linear mit der magnetischen Feldstärke $\vec{H}$ über die magnetische Feldkonstante $\mu_0 \approx 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/(Am)}$ verknüpft [1, S. 134]:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (2.1.1)$$

Befindet sich das Feld in einem materiellen Medium, induziert oder orientiert das äußere Feld mikroskopische magnetische Dipolmomente im Stoff [1, S. 135]. Die Summe dieser atomaren Momente pro Volumeneinheit definiert die Magnetisierung $\vec{M} = \vec{m}/V$ [3, S. 391]. Der makroskopische Zusammenhang erweitert sich additiv um diesen Beitrag beziehungsweise kann multiplikativ über die relative Permeabilität μ_r ausgedrückt werden [3, S. 392]:

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 \vec{H}(1 + \chi) = \mu_r \mu_0 \vec{H} \quad (2.1.2)$$

Hierbei repräsentiert χ die dimensionslose magnetische Suszeptibilität, welche über die Dichte ρ und die Molmasse M_{mol} in die stoffmengenbezogene molare Suszeptibilität $\chi_{\text{mol}} = \chi \cdot M_{\text{mol}}/\rho$ überführt werden kann [2, S. 124].

2.2 Mikroskopische Differenzierung: Dia- und Paramagnetismus

Die fundamentale Einteilung von Festkörpern basiert auf dem Vorzeichen und dem Ursprung ihrer magnetischen Suszeptibilität [3, S. 393]:

- **Diamagnetismus** ($\chi < 0$, $\mu_r < 1$): Diese Eigenschaft ist ubiquitär in allen Stoffen vorhanden und tritt bei Elementen mit abgeschlossenen Elektronenschalen dominant hervor [1, S. 142]. Das äußere Magnetfeld induziert atomare Ringströme der Hüllenelektronen, welche nach der Lenzschen Regel ein dem Erregerfeld entgegengesetztes magnetisches Moment aufbauen [3, S. 393]. Das interne Feld wird geschwächt, und der Stoff wird aus Bereichen hoher Feldstärke verdrängt [1, S. 143]. Der Effekt ist temperaturunabhängig [3, S. 393].
- **Paramagnetismus** ($\chi > 0$, $\mu_r > 1$): Paramagnetisches Verhalten setzt unkompenzierte permanente magnetische Dipolmomente der Elektronenhüllen (unvollständig besetzte Schalen) voraus [1, S. 145]. Ohne äußeres Feld sind diese thermisch statistisch ungeordnet [3, S. 394]. Ein äußeres Feld bewirkt eine parallele Ausrichtung der Momente, was das Feld im Inneren verstärkt und zu einer Anziehung führt [1, S. 146]. Die Suszeptibilität folgt dem temperaturabhängigen Curieschen Gesetz $\chi = C/T$ [3, S. 394].

2.3 Kraftwirkung im inhomogenen Magnetfeld

Die magnetostatische Energie W eines Probenkörpers mit dem Volumen V in einem äußeren Feld beträgt unter Vernachlässigung der Vakuumenergie [2, S. 125]:

$$W = -\frac{1}{2}\chi\mu_0 H^2 V = -\frac{1}{2}\frac{\chi V}{\mu_0} B^2 \quad (2.3.1)$$

Die translatorische Kraft $\vec{F}$ auf die Probe ergibt sich aus dem negativen Gradienten dieser Energie [2, S. 125]. Für den eindimensionalen Fall entlang der vertikalen Symmetrieachse (h -Richtung) folgt unmittelbar [2, S. 126]:

$$F_h = -\frac{\partial W}{\partial h} = \frac{\chi V}{\mu_0} \cdot B \frac{\partial B}{\partial h} \quad (2.3.2)$$

Eine mechanische Kraftwirkung existiert somit ausschließlich in einem inhomogenen Feld ($\partial B/\partial h \neq 0$). Diamagnetische Stoffe erfahren eine Kraft in Richtung kleinerer Feldstärken, während paramagnetische Stoffe in Bereiche höherer Flussdichte gezogen werden [2, S. 126].

3 Durchführung

Versuchsaufbau

Die Versuchsanordnung unterteilt sich in das elektromagnetische Erzeugersystem, die mechanische Kraftsensorik sowie die magnetische Profilsensorik. Das Magnetfeld wird über einen massiven Elektromagneten mit abgeschrägten Polschuhen generiert, um im Interpolbereich das für die Messung zwingend erforderliche inhomogene Feldprofil zu erzeugen. Die Energieversorgung erfolgt über ein regelbares Gleichspannungs-Netzgerät (0 – 220 V, 5 A) in Kombination mit einem digitalen Amperemeter zur Überwachung des Spulenstroms I_{sp} .

Zur quantitativen Erfassung der translatorischen Kraftwirkungen ist eine hochpräzise Analysewaage oberhalb der Polschuhe positioniert. Die Probekörper (Mangandioxid, Wismut und Tantal) können über einen feinen Faden berührungsfrei an einem Haken unterhalb der Waage arretiert werden. Zur Vermessung der räumlichen Flussdichteverteilung $B(h)$ dient ein linear verschiebbarer Höhentrieb, welcher eine Halbleiter-Hall-Sonde des Typs Siemens KSY44 präzise im Spalt zentriert.

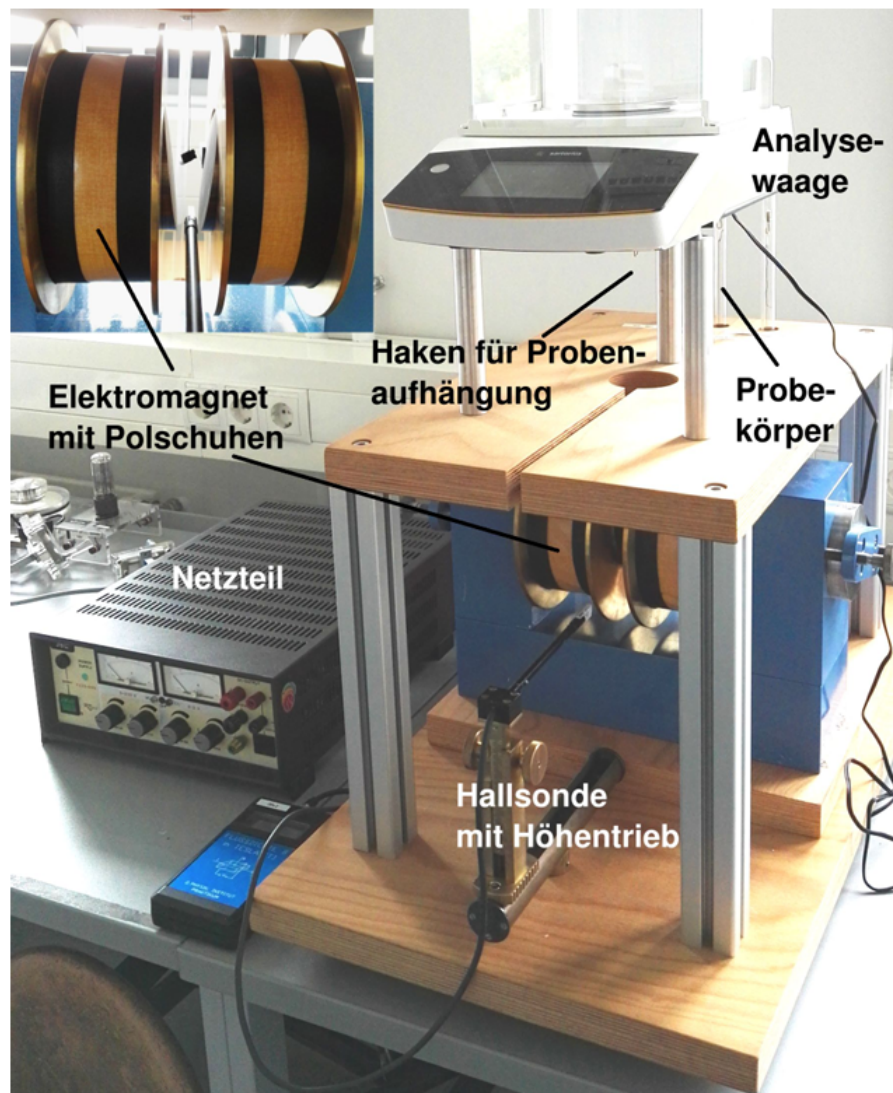


Abbildung 1: Fotografische Dokumentation des Versuchsaufbaus zur Suszeptibilitätsmessung. Über dem Elektromagneten mit abgeschrägten Eisenjochen befindet sich die digitale Analysewaage zur Erfassung der Gewichtskraftänderung. Die Hall-Sonde ist am vertikalen Lineartrieb befestigt.

Die schaltungstechnische Verknüpfung der Komponenten und der Aufbau des Probenraums sind im Verdrahtungsplan in Abbildung 2 dargestellt.

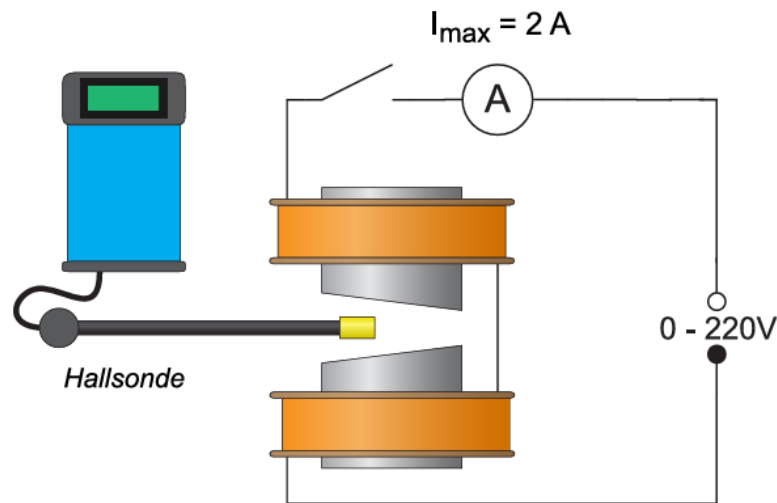


Abbildung 2: Schematischer Schaltplan des Gleichstromkreises für die Spulenwicklung des Elektromagneten sowie die geometrische Anordnung der Hall-Sondenführung relativ zu den Polschuhen der Magnetapparatur.

Durchführung

1. **Einstellung des Magnetisierungsstroms:** Zu Beginn wird die Serienschaltung aus den Magnetspulen, dem Netzgerät und dem Strommessgerät hergestellt. Es wird ein konstanter Erregerstrom von $I_{\text{sp}} = 1,2 \text{ A}$ einjustiert. Da sich die Spulenwicklungen im Betrieb erwärmen, ist der Stromwert zur Kompensation der thermischen Widerstandsänderung kontinuierlich nachzuregeln.
2. **Profilvermessung des Magnetfeldes:** Die Hall-Sonde wird im Luftspalt zwischen den Polschuhen zentriert. Ausgehend von einer tiefen Startposition wird der vertikale Lineartrieb stufenweise in Schritten von $\Delta h = 5 \text{ mm}$ nach oben verschoben. Der zugehörige Anzeigewert der magnetischen Flussdichte B wird an jeder Zwischenstufe notiert, um den exakten Ortsverlauf des inhomogenen Feldes zu kartieren.
3. **Massenbestimmung und Probenjustage:** Die Nominalmassen der Probekörper werden im stromlosen Zustand dokumentiert. Um eine Verunreinigung durch ferromagnetische Rückstände oder Hautfette zu vermeiden, erfolgt die Handhabung der Festkörper ausschließlich über die Aufhängung. Die Probe wird am Unterflurhaken der Waage fixiert und so einjustiert, dass sie frei und zentrisch im homogensten Gradientenbereich des Polschuhspaltes schwebt.
4. **Kraftmessung im Nennfeld:** Für die erste Materialprobe (Mangan- bzw. Mangandioxid-

Körper) wird bei aktivem Spulenstrom ($I_{\text{sp}} = 1,2 \text{ A}$) die scheinbare Masseänderung an der Analysewaage abgelesen. Direkt im Anschluss wird das Feld abgeschaltet, um den stromlosen Nullpunkt zu erfassen. Dieser Zyklus wird zur statistischen Absicherung dreimal wiederholt. Die vertikale Höhenposition des Körpers wird parallel über den Trieb der Hall-Sonde verifiziert.

5. **Feld- und Kraftanalyse bei varierten Feldstärken:** Die Messungen der magnetischen Induktion und der resultierenden Gewichtskräfte werden sequenziell für drei weitere Stromstärken ($I_{\text{sp}} = 0,8 \text{ A}$, $1,0 \text{ A}$ und $1,4 \text{ A}$) durchgeführt. Für das magnetische Feld wird eine fokussierte Messung direkt am Probenort sowie an jeweils zwei Stützstellen im Abstand von 5 mm darüber und darunter vorgenommen, während an der Waage parallel erneut je eine dreifache Differenzmessung erfolgt.
6. **Vergleichsmessung der dia- und paramagnetischen Proben:** Nach dem Herunterregeln des Feldstroms wird die erste Probe materialschonend demontiert. Die Messprozedur (dreifache Bestimmung der Waagenanzeige im ein- und ausgeschalteten Zustand des Elektromagneten) wird anschließend unter identischen Bedingungen bei dem festen Nennstrom von $I_{\text{sp}} = 1,2 \text{ A}$ für die verbleibenden beiden Probenkörper (Tantal und Wismut) wiederholt.

4 Auswertung

4.1 Örtlicher Verlauf der Kraftflussdichte

Im Folgenden gibt Abbildung 3 den Ortsverlauf der magnetischen Flussdichte $B(h)$ wieder, gemessen entlang der Symmetrieachse zwischen den Polschuhen des Elektromagneten. Über den gesamten Höhenbereich von 0 bis 70 mm ist eine Abnahme der Flussdichte zu beobachten, die in guter Näherung einem linearen Zusammenhang zuzuordnen ist.

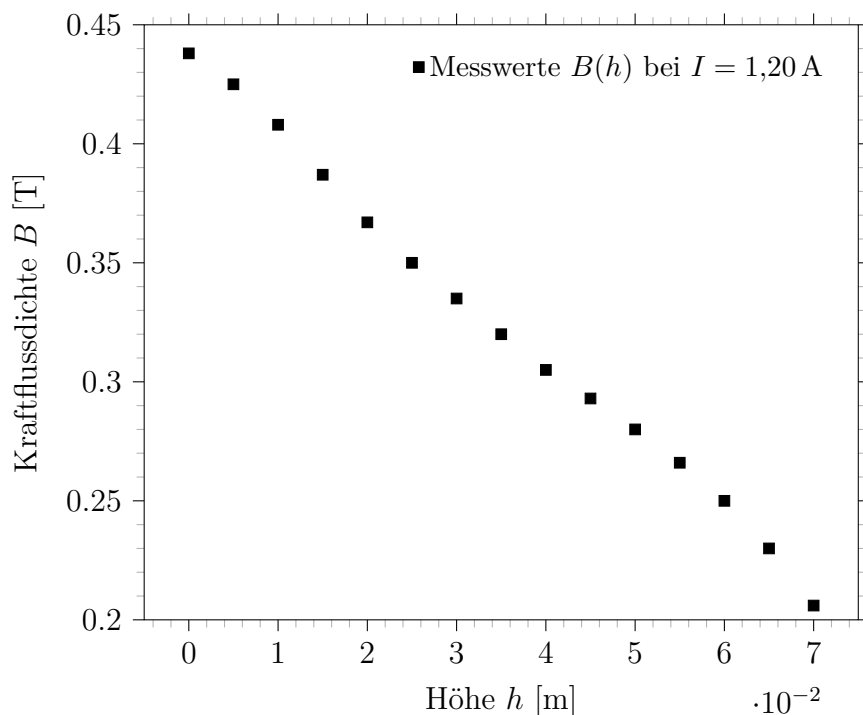


Abbildung 3: Ortsverlauf der magnetischen Flussdichte zwischen den Polschuhen des Elektromagneten. Die Messung erfolgte mithilfe einer Hallsonde, der Offset von $-0,07$ T ist abgerechnet worden.

4.2 Die Flussdichte und deren Gradient am Ort der Proben

Um den Gradienten $\partial B / \partial h$ aus den gemessenen $B(h)$ -Daten zu bestimmen, wurde der gesamte Höhenverlauf der Flussdichte durch ein Polynom fünften Grades approximiert. Dieser Ansatz bietet den Vorteil, dass die Ableitung analytisch berechnet werden kann und ein glatter, von einzelnen Messpunkten unabhängiger Gesamtverlauf des Produkts $B \cdot \partial B / \partial h$ erhalten wird.

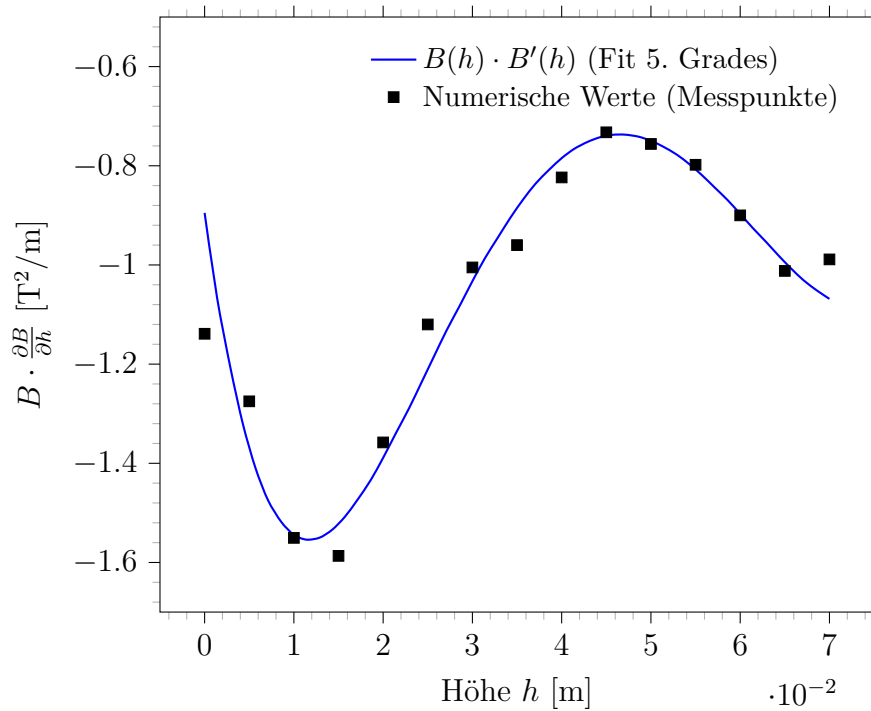


Abbildung 4: Produkt $B \cdot \frac{\partial B}{\partial h}$ als Funktion der Höhe. Blaue Kurve: Polynomfit 5. Grades; schwarze Quadrate: numerisch aus den Messdaten bestimmte Werte.

Der Fit ergibt folgende Koeffizienten:

$$f(h) = 2,6251 \cdot 10^5 h^5 - 6,6301 \cdot 10^4 h^4 + 5,3021 \cdot 10^3 h^3 - 1,5451 \cdot 10^2 h^2 - 2,0422 h + 4,3825 \cdot 10^{-1}, \quad (4.2.1)$$

$$f'(h) = 1,3125 \cdot 10^6 h^4 - 2,6520 \cdot 10^5 h^3 + 1,5906 \cdot 10^4 h^2 - 3,0902 \cdot 10^2 h - 2,0422, \quad (4.2.2)$$

wobei h in Metern und B in Tesla einzusetzen sind. Die Güte des Fits wird durch ein Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 0,9999$ belegt; die gemessenen $B(h)$ -Werte werden durch $f(h)$ nahezu perfekt wiedergegeben. Zusätzlich sind numerisch, ohne Fit, direkt aus den Messdaten bestimmte Werte eingetragen, die eng um die analytische Kurve streuen und die Konsistenz beider Methoden bestätigen.

Der Verlauf des Produkts ist über den gesamten Messbereich negativ, da der Gradient $\partial B / \partial h$ durchgehend negativ ist (das Feld nimmt mit zunehmendem Abstand von den Polschuhen ab). Es bildet sich ein ausgeprägtes negatives Minimum bei etwa $h \approx 12$ mm aus, dort ist der Betrag des Produkts und damit auch die auf einen Probekörper wirkende Kraft maximal. Zu den Rändern hin flacht das Produkt deutlich ab, was aus dem schwächer werdenden Feld und dem geringeren Gradienten folgt.

Für die quantitative Auswertung an den exakten Positionen der drei Probekörper (MnO₂, Ta, Bi) wurden B und $\partial B/\partial h$ jedoch nicht aus dem Polynomfit, sondern aus den lokal um die Proben aufgenommenen $B(h)$ -Messreihen bestimmt. Diese lokalen Profile erlauben eine präzisere, durch die unmittelbare Umgebung des Messortes gestützte Bestimmung der Gradienten und vermeiden systematische Abweichungen, die ein globaler Fit in den Randbereichen zwangsläufig mit sich bringt. Die aus den lokalen linearen Regressionen gewonnenen Werte sind in Tabelle 1 zusammengestellt und werden in den folgenden Abschnitten zur Berechnung der Kräfte und Suszeptibilitäten herangezogen.

Probe	Höhe h [mm]	$B(h)$ [T]	$B \cdot \frac{\partial B}{\partial h}$ [T ² /m]
MnO ₂	52	0,269	−0,91
Ta	45	0,285	−0,84
Bi	35	0,311	−0,90

Tabelle 1: Flussdichte und Produkt aus Flussdichte und Gradient am Ort der drei Probekörper. Die Werte wurden aus lokalen linearen Regressionen der um die Probenposition aufgenommenen $B(h)$ -Messreihen bestimmt.

4.3 Kräfte auf die Probekörper

Die durch das inhomogene Magnetfeld auf die Probekörper wirkende Kraft wurde aus der Differenz der Wägungen bei ein- und ausgeschaltetem Magnetfeld bestimmt. Aus der gemessenen Massedifferenz Δm berechnet sich die Kraft nach

$$F = \Delta m g, \quad (4.3.1)$$

wobei $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ die Erdbeschleunigung ist. Die folgende Tabelle zeigt die Ergebnisse für die drei Proben bei einer Spulenstromstärke von $I = 1,2 \text{ A}$:

Probe	Kraft F [$\cdot 10^{-5} \text{ N}$]
MnO ₂	$10,5 \pm 1,4$
Ta	$1,3 \pm 1,1$
Bi	$0,0 \pm 1,0$

Tabelle 2: Gemessene Kräfte auf die drei Probekörper bei $I = 1,2 \text{ A}$. Die Unsicherheit ist durch die Ablesegenauigkeit der Waage von $\pm 1 \text{ mg}$ dominiert.

Die positive Kraft auf MnO₂ und Ta weist auf paramagnetisches Verhalten hin (Anziehung in Richtung stärkeren Feldes), während die Kraft auf Bi innerhalb der Messgenauigkeit nicht signifikant von null verschieden ist, der diamagnetische Effekt ist hier zu schwach, um mit der verwendeten Apparatur aufgelöst zu werden.

4.4 Bestimmung der magnetischen Suszeptibilität

Unter der Annahme einer konstanten, temperaturunabhängigen Suszeptibilität und unter Vernachlässigung der Vakuumsenergie folgt für unseren eindimensionalen Fall die Bestimmungsgleichung

$$\chi = \frac{\mu_0 F}{V \cdot B \cdot \frac{\partial B}{\partial h}} = \frac{\mu_0 F \rho}{m \cdot B \cdot \frac{\partial B}{\partial h}}, \quad (4.4.1)$$

wobei V das Probenvolumen, m die Masse, ρ die Dichte und $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$ die magnetische Feldkonstante ist.

Die Unsicherheit von χ wurde mittels Gaußscher Fehlerfortpflanzung aus den Unsicherheiten der Kraft σ_F , der Flussdichte σ_B und des Gradienten $\sigma_{\partial B/\partial h}$ bestimmt. Da die Massen der Probekörper mit einer deutlich höheren Präzision bekannt sind als die übrigen Messgrößen, wurde ihr Fehler vernachlässigt. Es ergibt sich

$$\sigma_\chi = \sqrt{\left(\frac{\partial \chi}{\partial F} \sigma_F\right)^2 + \left(\frac{\partial \chi}{\partial B} \sigma_B\right)^2 + \left(\frac{\partial \chi}{\partial B'} \sigma_{B'}\right)^2}, \quad (4.4.2)$$

mit den partiellen Ableitungen

$$\frac{\partial \chi}{\partial F} = \frac{\mu_0 \rho}{m \cdot B \cdot B'}; \quad (4.4.3)$$

$$\frac{\partial \chi}{\partial B} = -\frac{\mu_0 F \rho}{m \cdot B^2 \cdot B'}; \quad (4.4.4)$$

$$\frac{\partial \chi}{\partial B'} = -\frac{\mu_0 F \rho}{m \cdot B \cdot B'^2}, \quad (4.4.5)$$

wobei zur Abkürzung $B' = \partial B/\partial h$ gesetzt wurde.

Die folgende Tabelle zeigt die berechneten magnetischen Suszeptibilitäten sowie die daraus abgeleiteten spezifischen Suszeptibilitäten $\chi_{\text{spez}} = \chi/\rho$:

Probe	$\chi \cdot 10^{-3}$	$\chi_{\text{spez}} \cdot 10^{-7} \text{ m}^3/\text{kg}$
MnO ₂	$1,40 \pm 0,23$	$2,81 \pm 0,45$
Ta	$0,43 \pm 0,36$	$0,26 \pm 0,22$
Bi	$0,00 \pm 0,21$	$0,00 \pm 0,21$

Tabelle 3: Magnetische Suszeptibilitäten der untersuchten Proben, bestimmt aus den lokalen Feldgradienten und den Kraftmessungen bei $I = 1,2 \text{ A}$.

Die positive Suszeptibilität von MnO_2 und Ta bestätigt deren paramagnetisches Verhalten. MnO_2 weist eine deutlich größere Suszeptibilität auf als Tantal. Für Wismut ist die Suszeptibilität im Rahmen der Messunsicherheit nicht signifikant von null verschieden; der erwartete diamagnetische Effekt ($\chi < 0$) ist mit unserer Apparatur nicht auflösbar.

Neben der magnetischen Suszeptibilität χ wird auch die druckunabhängige spezifische Suszeptibilität χ_{spez} verwendet, die durch

$$\chi_{\text{spez}} = \frac{\chi}{\rho} \quad (4.4.6)$$

gegeben ist, wobei ρ die Dichte des jeweiligen Stoffes bezeichnet. Mit den in Tabelle 3 angegebenen Werten für χ und den Dichten aus der Praktikumsanleitung [2, S. 125] (MnO_2 : $5,0 \text{ g/cm}^3$, Ta: $16,6 \text{ g/cm}^3$, Bi: $9,8 \text{ g/cm}^3$) ergeben sich die folgenden spezifischen Suszeptibilitäten:

Probe	$\chi_{\text{spez}} [10^{-8} \text{ m}^3/\text{kg}]$
MnO_2	$28,1 \pm 4,5$
Ta	$2,6 \pm 2,2$
Bi	$0,0 \pm 2,1$

Tabelle 4: Spezifische magnetische Suszeptibilitäten der untersuchten Proben.

4.5 Kraftflussdichte und Gradient für verschiedene Stromstärken

In Abbildung 5 sind die lokalen Verläufe der Kraftflussdichte $B(h)$ um die MnO_2 -Probe für die vier eingestellten Stromstärken aufgetragen. Man erkennt, dass die Verläufe bei allen Strömen einen ähnlichen Charakter aufweisen, die Flussdichte nimmt mit zunehmender Höhe h nahezu linear ab. Mit steigender Stromstärke verschieben sich die Kurven zu größeren B -Werten, was der Erwartung $B \propto I$ für einen Elektromagneten entspricht.

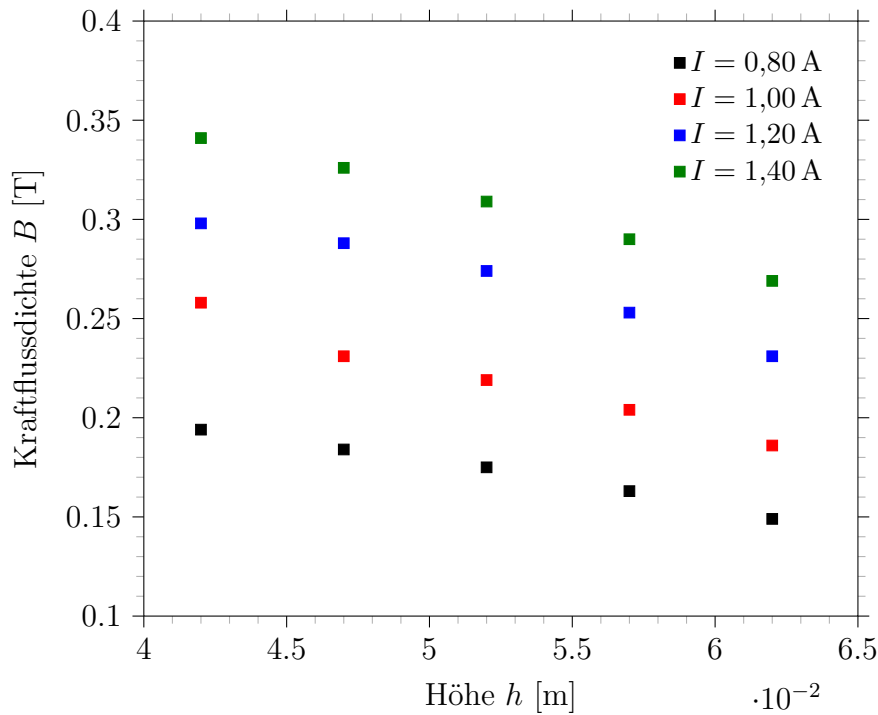


Abbildung 5: Magnetische Flussdichte im Bereich der MnO_2 -Probe für vier verschiedene Stromstärken. Die einzelnen Messpunkte sind durch Quadrate gekennzeichnet.

Jeder der vier Datensätze wurde durch eine lineare Funktion $B(h) = a h + b$ angenähert, deren Steigung unmittelbar den lokalen Gradienten $\partial B / \partial h$ liefert. Auf die Anpassung eines Polynoms zweiten Grades wurde verzichtet, da die geringe Anzahl von fünf Messpunkten über einen schmalen Höhenbereich keine stabile Bestimmung einer Krümmung erlaubt. Die aus den linearen Fits erhaltenen Gradienten sind in Tabelle 5 zusammengestellt.

Stromstärke I [A]	$\partial B / \partial h$ [T/m]
0,80	−1,94
1,00	−3,32
1,20	−3,14
1,40	−3,54

Tabelle 5: Aus den lokalen linearen Fits bestimmte Gradienten der magnetischen Flussdichte am Ort der MnO_2 -Probe für die vier Stromstärken.

Der zur Kraftberechnung benötigte Gradient $\partial B / \partial h$ wurde für jede Stromstärke direkt aus den fünf $B(h)$ -Messpunkten mit zentralen Differenzen (an den Rändern einseitig)

numerisch bestimmt. Auf eine Glättung durch Polynomfits wurde bewusst verzichtet, um die tatsächliche Streuung der Messdaten nicht zu verschleiern. Abbildung 6 zeigt die so erhaltenen Gradienten als Funktion der Höhe.

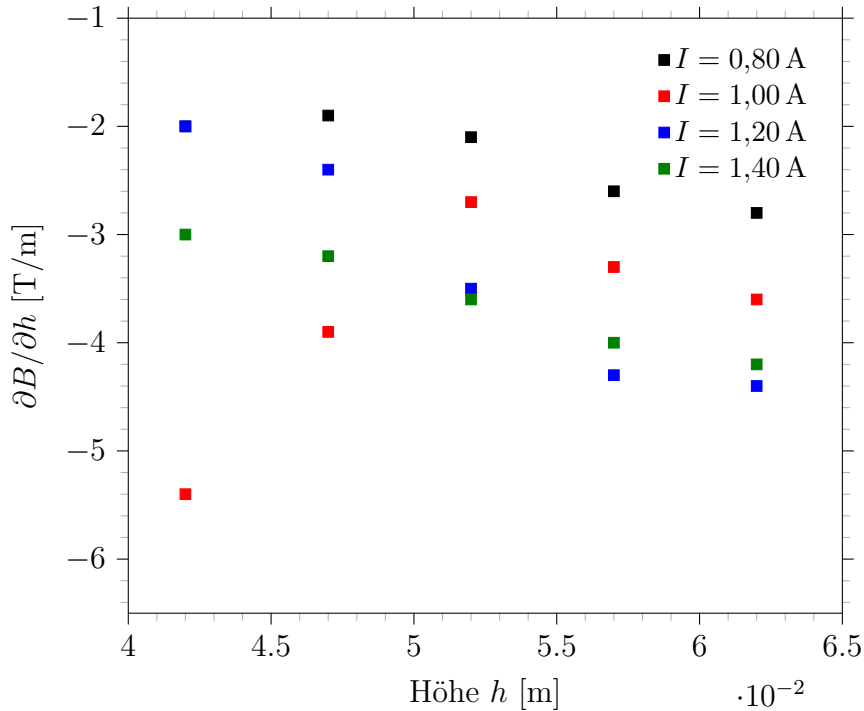


Abbildung 6: Lokale Gradienten $\partial B / \partial h$, numerisch aus den fünf $B(h)$ -Messpunkten für jede Stromstärke bestimmt. Die Punkte zeigen die Werte an den tatsächlichen Messpositionen.

Die Gradienten streuen aufgrund der diskreten Differentiation stärker als die ursprünglichen B -Werte. Dennoch ist die Tendenz erkennbar: Mit steigendem Strom werden die Gradienten betragsmäßig größer, und sie nehmen innerhalb des Messbereichs von kleinen zu großen h hin zu (stärker negativ). Dieses Verhalten entspricht der Erwartung, dass das Feld nahe der unteren Polschuhkante am stärksten gekrümmt ist. Für die quantitative Bestimmung der Kräfte wurde der Gradient an der Probenposition $h = 52$ mm verwendet, der aus den lokalen $B(h)$ -Daten durch lineare Regression gewonnen wurde (vgl. Tabelle 5).

4.6 Kraft und Flussdichte in Abhängigkeit von der Stromstärke

Abbildung 7 zeigt die Kraft F auf die MnO_2 -Probe aufgetragen gegen das Quadrat der Stromstärke I^2 . Die lineare Abhängigkeit bestätigt den erwarteten Zusammenhang $F \propto I^2$, der aus $F \propto B \cdot \partial B / \partial h$ und $B, \partial B / \partial h \propto I$ folgt.

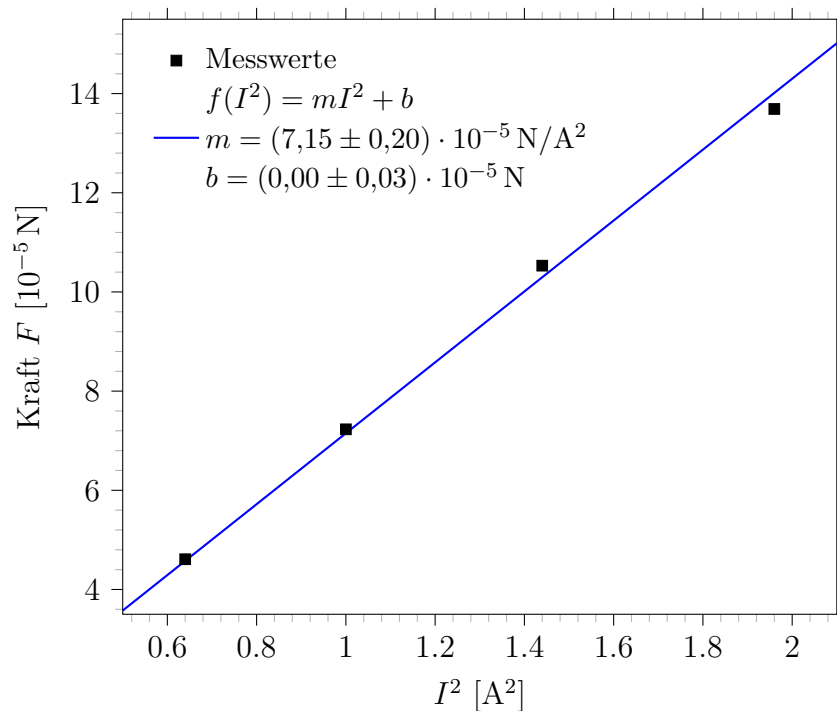


Abbildung 7: Kraft F gegen I^2 . Die lineare Abhängigkeit bestätigt den erwarteten Zusammenhang $F \propto I^2$.

Abbildung 8 zeigt die direkt gemessenen Werte der Kraftflussdichte B an der Probenposition $h = 52 \text{ mm}$ als Funktion der Stromstärke I . Der annähernd lineare Verlauf bestätigt die erwartete Proportionalität $B \propto I$ im ungesättigten Bereich des Elektromagneten.

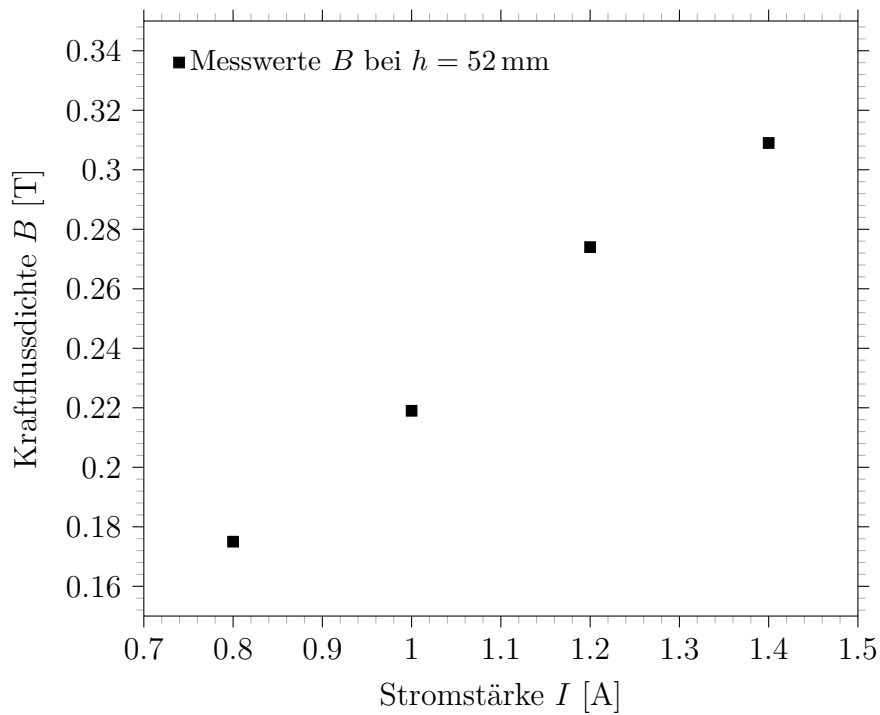


Abbildung 8: Kraftflussdichte B an der Position der MnO_2 -Probe als Funktion der Stromstärke I . Der annähernd lineare Verlauf bestätigt die erwartete Proportionalität $B \propto I$.

Zusammen mit dem in Tabelle 5 dokumentierten Anstieg des Gradienten $\partial B / \partial h$ mit I ergibt sich aus beiden Abbildungen unmittelbar die theoretisch vorhergesagte quadratische Abhängigkeit der Kraft vom Spulenstrom: $F \propto B \cdot \partial B / \partial h \propto I^2$. Dieser Zusammenhang wird somit durch die Messdaten vollständig verifiziert.

5 Diskussion

Die aus den Kraftmessungen bei $I = 1,2 \text{ A}$ bestimmte magnetische Suszeptibilität von MnO_2 beträgt $\chi = (1,40 \pm 0,23) \cdot 10^{-3}$, entsprechend einem σ -Intervall von $[1,17; 1,63] \cdot 10^{-3}$. Rechnet man diesen Wert in die molare Suszeptibilität um ($\chi_{\text{mol}} = \chi \cdot M/\rho$), so ergibt sich $\chi_{\text{mol}} = (24,3 \pm 4,0) \cdot 10^{-3} \text{ cm}^3/\text{mol}$ mit einem σ -Intervall von $[20,3; 28,3] \cdot 10^{-3} \text{ cm}^3/\text{mol}$. Der Literaturwert von $28,7 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^3/\text{mol}$ [2, S. 125] liegt innerhalb dieses Intervalls; die Abweichung beträgt rund $1,1\sigma$ und ist damit im Rahmen der Messunsicherheit mit der Literatur verträglich.

Für Tantal wurde $\chi = (0,43 \pm 0,36) \cdot 10^{-3}$ erhalten, was einer molaren Suszeptibilität von $\chi_{\text{mol}} = (4,7 \pm 3,9) \cdot 10^{-3} \text{ cm}^3/\text{mol}$ entspricht. Das σ -Intervall $[0,8; 8,6] \cdot 10^{-3} \text{ cm}^3/\text{mol}$ schließt den Literaturwert von $1,94 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^3/\text{mol}$ ein; die Messung ist daher mit der Erwartung verträglich, wenngleich die große relative Unsicherheit auf die sehr kleine, kaum auflösbare Kraft zurückzuführen ist.

Die Suszeptibilität von Wismut wurde zu $\chi = (0,00 \pm 0,21) \cdot 10^{-3}$ bestimmt. Das σ -Intervall $[-0,21; 0,21] \cdot 10^{-3}$ enthält sowohl den diamagnetischen Literaturwert ($-0,35 \cdot 10^{-3}$ als Volumensuszeptibilität, abgeleitet aus $\chi_{\text{mol}} = -3,52 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^3/\text{mol}$) als auch null. Eine sichere Unterscheidung zwischen Dia- und Paramagnetismus ist mit dieser Messung nicht möglich. Um den diamagnetischen Effekt in Wismut signifikant nachzuweisen, wäre eine Apparatur mit deutlich höherer Kraftauflösung erforderlich. Die verwendete Analysewaage mit einer Ablesegenauigkeit von $\pm 1 \text{ mg}$ ist für derart kleine Kräfte nicht ausreichend. Hinzu kommt, dass bereits geringe Bewegungen des Experimentators im Streufeld des Magneten zu einer messbaren Beeinflussung führen können. Eine kamerabasierte Fernbeobachtung in einem abgeschirmten Bereich würde diese Störquelle eliminieren.

Die Messung der lokalen Gradienten bei verschiedenen Stromstärken (Abbildung 6) zeigt für $I = 0,80 \text{ A}$, $1,20 \text{ A}$ und $1,40 \text{ A}$ den erwarteten Trend: Der Betrag des Gradienten steigt mit zunehmendem Strom an, und die Werte nehmen innerhalb des Messbereichs zu größeren h hin zu. Der Datensatz für $I = 1,00 \text{ A}$ fällt jedoch aus dieser Systematik heraus. Die numerischen Gradienten streuen hier ungewöhnlich stark und zeigen einen gegenläufigen Trend im Vergleich zu den übrigen Stromstärken. Dieses Verhalten deutet auf einen einzelnen Ausreißer in den $B(h)$ -Rohdaten bei dieser Stromstärke hin, der den linearen Fit und damit den Gradienten verfälscht hat. Eine Wiederholung der lokalen $B(h)$ -Messung bei $1,00 \text{ A}$ wäre zur Klärung sinnvoll. Für die quantitative Bestimmung des Zusammenhangs $F \propto I^2$ wurde dennoch der aus dem linearen Fit gewonnene Gradient verwendet, da die Abweichung des resultierenden F/I^2 -Wertes bei dieser Stromstärke innerhalb der Fehlergrenzen liegt.

Die Auftragung der Kraft gegen I^2 (Abbildung 7) bestätigt den erwarteten quadratischen Zusammenhang. Die Steigung der Regressionsgeraden beträgt $(7,15 \pm 0,20) \cdot 10^{-5} \text{ N/A}^2$; der Achsenabschnitt ist mit $(0,00 \pm 0,03) \cdot 10^{-5} \text{ N}$ innerhalb des σ -Intervalls mit null verträglich. Auch die direkte Auftragung der Flussdichte gegen den Strom (Abbildung 8) zeigt den linearen Zusammenhang $B \propto I$. Beide Befunde stützen die Gültigkeit theoretischer Formulierungen und damit die Konsistenz der gesamten Messreihe.

Zusammenfassend liefert der Versuch für MnO_2 und Ta plausible, mit den Literaturwerten verträgliche Suszeptibilitäten. Die Messung an Wismut zeigt die Grenzen der verwendeten Apparatur auf. Die quadratische Abhängigkeit der Kraft vom Spulenstrom konnte trotz der leichten Inkonsistenz im Gradienten bei 1,00 A überzeugend verifiziert werden. Für künftige Durchläufe empfehlen wir, die lokalen $B(h)$ -Profile mit einer höheren Punktdichte und einer präziseren, von äußeren Einflüssen besser abgeschirmten Waage aufzunehmen.

Literatur

- [1] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik*. 7. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2018. ISBN: 978-3-662-55789-1.
- [2] Jörn Große-Knetter. *Das Physikalische Praktikum II*. Universitätsverlag Göttingen, 2019.
- [3] Dieter Meschede. *Gerthsen Physik*. 26. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 2020. ISBN: 978-3-662-61611-6.