

ANFÄNGERPRAKTIKUM DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK,
UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

Versuch 06
Kapillarität und Viskosität

Praktikant/in:	Vladislav Begert
E-Mail-Adresse:	v.begert@stud.uni-goettingen.de
Praktikant/in:	Christoph Kehl
E-Mail-Adresse:	christoph.kehl01@stud.uni-goettingen.de
Betreuer/in:	Carla Neubert
Datum der Durchführung:	18.05.2026

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie	2
2.1	Intermolekulare Kräfte, Kohäsion und Adhäsion	2
2.2	Oberflächenspannung und Kapillarität	2
2.3	Dynamische Viskosität und das Gesetz von Hagen-Poiseuille	3
2.4	Dichtebestimmung mittels der Mohrschen Waage	5
3	Durchführung	6
3.1	Versuchsaufbau	6
3.2	Durchführung	6
4	Auswertung	9
4.1	Bestimmung der Kapillarradien	9
4.2	Bestimmung der Dichten verschiedener Flüssigkeiten	9
4.3	Mittelwert der Höhendifferenz	10
4.4	Oberflächenspannung	10
4.5	Dynamische Viskosität	11
4.6	Ausflusskurve und logarithmische Regression	12
4.7	Zusammenfassung: Viskosität	14
5	Diskussion	15
	Literatur	17

1 Einleitung

Ob das Aufsaugen von Kaffee in einem Stück Würfelzucker, der Transport von Wasser in die Kronen riesiger Bäume oder das Fließverhalten von Motorenöl in einem Automotor – Phänomene an Flüssigkeitsoberflächen und das Fließverhalten von Fluiden begegnen uns permanent im Alltag. In der Natur wie auch in der modernen Technik spielen diese Eigenschaften eine entscheidende Rolle. Das Verständnis der physikalischen Mechanismen dahinter ist die Grundlage für die Entwicklung von Medizinprodukten, Tintenstrahldruckern oder effizienten Schmiermitteln. Im vorliegenden Experiment werden zwei dieser fundamentalen Flüssigkeitseigenschaften praktisch untersucht: die Kapillarität und die Viskosität.

Die Kapillarität beschreibt das Phänomen, dass Flüssigkeiten in engen Röhren (Kapillaren) spontan nach oben steigen oder absinken. Diese Bewegung erfolgt entgegen der Schwerkraft und wird durch das Zusammenspiel von Molekülkräften zwischen der Flüssigkeit und der Rohrwand angetrieben. In der Praxis bestimmt dieser Effekt beispielsweise, wie schnell Textilien Schweiß aufsaugen oder wie effizient Schwämme funktionieren. Im ersten Versuchsteil wird dieses Verhalten untersucht. Durch das Eintauchen von farbkodierten Glaskapillaren in destilliertes Wasser, Methanol und Ethylenglykol wird die Steighöhe gemessen. In Kombination mit Dichtemessungen über eine Mohrsche Waage lässt sich so die Oberflächenspannung der verschiedenen Stoffe charakterisieren und vergleichen.

Der zweite Teil des Versuchs widmet sich der Viskosität, auch bekannt als die innere Reibung einer Flüssigkeit. Sie bestimmt, wie „zähflüssig“ ein Stoff ist. In der Industrie ist die präzise Einstellung der Viskosität kritisch: Ein Schmieröl im Motor muss dünnflüssig genug sein, um schnell alle Bauteile zu erreichen, aber zäh genug, um bei hohen Temperaturen nicht als Schutzfilm abzureißen. Experimentell wird diese Eigenschaft durch die Messung von Ausflusszeiten eines definierten Flüssigkeitsvolumens durch enge Kanäle untersucht. Dabei wird analysiert, wie dramatisch der Kapillardurchmesser und die schwankende Höhe der Wassersäule – und damit der wirkende Druck – die Fließgeschwindigkeit beeinflussen. Das Experiment schlägt somit die Brücke von sichtbaren Transportphänomenen zu den zugrundeliegenden Kräften auf molekularer Ebene.

2 Theorie

2.1 Intermolekulare Kräfte, Kohäsion und Adhäsion

Während Atome innerhalb eines Moleküls über starke kovalente oder ionische Bindungen verknüpft sind, bestimmen schwächere intermolekulare Wechselwirkungen das makroskopische Verhalten von Flüssigkeiten [L.6, S. 212]. Die beiden primären Kohäsionskräfte sind:

- **Dipol-Dipol-Kräfte:** Diese wirken zwischen polaren Molekülen mit einem permanenten elektrischen Dipolmoment, welche sich im Feld ihrer Nachbarmoleküle elektrostatisch ausrichten [L.6, S. 719].
- **Van-der-Waals-Kräfte:** Diese allgegenwärtigen Kräfte entstehen durch fluktuierende Ladungsverschiebungen in den Elektronenwolken. Sie induzieren temporäre Dipole in benachbarten Molekülen und skalieren mit der atomaren Größe [L.6, S. 723–725].

Auf makroskopischer Ebene manifestieren sich diese Wechselwirkungen in zwei Phänomenen:

1. **Kohäsion:** Die Anziehungskräfte zwischen Teilchen *derselben* Phase. Sie sichern den inneren Zusammenhalt des Stoffes und bedingen Eigenschaften wie die Viskosität und Oberflächenspannung [L.5, S. 101].
2. **Adhäsion:** Die Wechselwirkungen zwischen Teilchen *verschiedener* Phasen an deren direkten Kontaktflächen, wie beispielsweise zwischen einer Flüssigkeit und einer festen Wand [L.5, S. 101].

2.2 Oberflächenspannung und Kapillarität

Ein Molekül im Inneren einer Flüssigkeit erfährt durch seine homogene Umgebung eine isotrope Kohäsionskraft, die sich im zeitlichen Mittel zu Null aufhebt. An der Phasengrenzfläche zu einem Gas fehlt diese symmetrische Umgebung. Die resultierende Kraft weist ins Flüssigkeitsinnere, wodurch Oberflächenmoleküle ein höheres energetisches Potenzial besitzen [L.5, S. 101].

Gemäß dem thermodynamischen Prinzip des Energieminimums strebt jedes System nach einer minimalen Oberfläche [L.6, S. 212]. Um ein Teilchen aus dem Inneren an die Oberfläche zu bewegen, muss gegen diese Nettokraft Arbeit verrichtet werden. Die benötigte reversible Oberflächenenergie E_A ist proportional zur generierten Oberfläche A [L.1, S. 11]:

$$E_A = \sigma \cdot A \quad (2.2.1)$$

Die stoffspezifische Proportionalitätskonstante σ beschreibt die Oberflächenspannung, welche vom Fluid und dem darüber liegenden Medium abhängt.

Tritt die Flüssigkeit zusätzlich mit einer festen Wand (z. B. einer Glaskapillare) in Kontakt, entscheidet das Verhältnis aus Adhäsions- und Kohäsionskräften über das Benetzungsverhalten. Mathematisch wird dieser Zustand an der Dreiphasengrenze durch die Young-Gleichung beschrieben [L.1, S. 12]:

$$\sigma_{23} - \sigma_{13} = -\sigma_{12} \cdot \cos \theta \quad (2.2.2)$$

Hierbei definiert σ_{12} die Oberflächenspannung zwischen Flüssigkeit und Gasphase, σ_{23} die Grenzflächenspannung zwischen Flüssigkeit und Wand, σ_{13} jene zwischen Wand und Gasphase sowie θ den makroskopischen Kontaktwinkel. Für Wasser auf Glas gilt näherungsweise eine vollständige Benetzung mit $\theta \approx 0^\circ$ ($\cos \theta \approx 1$).

Das Phänomen der Kapillarität resultiert direkt aus diesem Benetzungsverhalten [L.5, S. 102]. Im Gleichgewichtsfall zieht die vertikal wirkende mechanische Randkraft F_R das Fluid in einer dünnen Kapillare nach oben, bis sie im exakten Gleichgewicht mit der Gewichtskraft F_G der gehobenen Flüssigkeitssäule steht.

Für die Randkraft gilt über die Änderung der Oberflächenenergie nach der Steighöhe h [L.5, S. 102]:

$$F_R = \frac{dE_A}{dh} = \frac{d}{dh}(2\pi R \cdot h \cdot \sigma) = 2\pi R\sigma \quad (2.2.3)$$

wobei R den Innenradius der Kapillare beschreibt. Die hydrostatische Gegenkraft der Flüssigkeitssäule mit der Dichte ρ und der Erdbeschleunigung g lautet [L.5, S. 103]:

$$F_G = m \cdot g = \rho \cdot V \cdot g = \rho \cdot \pi R^2 h \cdot g \quad (2.2.4)$$

Durch Gleichsetzen der beiden Kräfte ($F_R = F_G$) folgt der mathematische Zusammenhang für die Steighöhe h (Jurin-Gesetz) [L.5, S. 103]:

$$2\pi R\sigma = \rho \cdot \pi R^2 h \cdot g \quad \Leftrightarrow \quad h = \frac{2\sigma}{\rho \cdot R \cdot g} \quad (2.2.5)$$

Durch Umstellen dieser Beziehung erhält man die im Auswerteteil genutzte Gleichung zur Bestimmung der Oberflächenspannung σ :

$$\sigma = \frac{\rho \cdot g \cdot R \cdot h}{2} \quad (2.2.6)$$

2.3 Dynamische Viskosität und das Gesetz von Hagen-Poiseuille

Bewegt sich ein reales Fluid makroskopisch durch ein Rohr, treten infolge intermolekularer Kohäsion Reibungskräfte zwischen benachbarten Flüssigkeitsschichten auf. Diese

Eigenschaft wird als dynamische Viskosität η (innere Reibung) bezeichnet [L.4, S. 411]. Unter der Annahme einer laminaren Strömung bewegen sich konzentrische Flüssigkeitszylinder parallel zur Wand. Der makroskopische Volumenstrom I durch ein zylindrisches Rohr der Länge l und des Innenradius R folgt bei einer wirkenden Druckdifferenz Δp dem Gesetz von Hagen-Poiseuille [L.4, S. 412]:

$$I = \frac{dV}{dt} = \frac{\pi \cdot R^4}{8 \cdot \eta \cdot l} \cdot \Delta p \quad (2.3.1)$$

In der ersten Versuchsanordnung (Teil 2a) wird die Ausflusszeit t eines vordefinierten, endlichen Flüssigkeitsvolumens ΔV zwischen zwei Strichmarken gemessen. Umgestellt nach der gesuchten Materialkonstante η ergibt sich direkt:

$$\eta = \frac{\pi \cdot \Delta p}{8 \cdot \Delta V \cdot l} \cdot R^4 \cdot t \quad (2.3.2)$$

Für die kontinuierliche Ausflusskurve (Teil 2b) fließt das Fluid aus einem großen zylindrischen Wasserstandsrohr mit dem Innenradius r ab. Die zeitliche Volumenänderung im großen Gefäß verknüpft sich über dessen Querschnittsfläche mit der Sinkgeschwindigkeit der Füllhöhe h :

$$I = -\frac{dV}{dt} = -\pi \cdot r^2 \cdot \frac{dh}{dt} \quad (2.3.3)$$

Da die treibende Druckdifferenz über der Kapillare zu jedem Zeitpunkt rein hydrostatischer Natur ist, gilt $\Delta p(t) = \rho \cdot g \cdot h(t)$. Setzt man diese Beziehungen in das Gesetz von Hagen-Poiseuille (2.3.1) ein, erhält man die homogene Differentialgleichung erster Ordnung [L.4, S. 413]:

$$-\pi \cdot r^2 \cdot \frac{dh}{dt} = \frac{\pi \cdot R^4}{8 \cdot \eta \cdot l} \cdot \rho \cdot g \cdot h \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dh}{dt} = -\frac{\rho \cdot g \cdot R^4}{8 \cdot \eta \cdot l \cdot r^2} \cdot h \quad (2.3.4)$$

Die analytische Lösung erfolgt durch die Separation der Variablen:

$$\begin{aligned} \frac{1}{h} dh &= -\frac{\rho \cdot g \cdot R^4}{8 \cdot \eta \cdot l \cdot r^2} dt \\ \int_{h_0}^{h(t)} \frac{1}{h} dh &= -\frac{\rho \cdot g \cdot R^4}{8 \cdot \eta \cdot l \cdot r^2} \int_0^t dt' \\ \ln[h(t)] - \ln(h_0) &= -\frac{\rho \cdot g \cdot R^4}{8 \cdot \eta \cdot l \cdot r^2} \cdot t \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

Durch Anwendung der Exponentialfunktion erhält man das exponentielle Abklangsgesetz für den zeitabhängigen Verlauf der Füllhöhe $h(t)$:

$$h(t) = h_0 \cdot \exp\left(-\frac{\rho \cdot g \cdot R^4}{8 \cdot \eta \cdot l \cdot r^2} \cdot t\right) = h_0 \cdot \exp(m \cdot t) \quad (2.3.6)$$

wobei die experimentelle Steigung m der logarithmischen Regression im Auswerteteil exakt definiert ist als:

$$m = -\frac{\rho \cdot g \cdot R^4}{8 \cdot \eta \cdot l \cdot r^2} \quad (2.3.7)$$

2.4 Dichtebestimmung mittels der Mohrschen Waage

Zur Lösung der hydrostatischen Gleichungen ist die genaue Kenntnis der Dichte ρ erforderlich. Das Messprinzip der Mohrschen Waage basiert auf dem Archimedischen Prinzip [L.5, S. 93–94]. Die praktische Durchführung richtet sich nach den Vorgaben des Physikalischen Praktikums [L.2, S. 45–48].

In der Ausgangskonfiguration befindet sich das System an der Luft im mechanischen Gleichgewicht, wobei ein Gegengewicht auf der linken Seite die Masse des rechts aufgehängten Tauchkörpers exakt kompensiert.

Wird der Glaskörper anschließend vollständig in die zu vermessende Flüssigkeit eingetaucht, erfährt er eine vertikal nach oben gerichtete Auftriebskraft F_A , die der Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeitsmenge entspricht:

$$F_A = \rho \cdot g \cdot V \quad (2.4.1)$$

Durch diesen Auftrieb entsteht ein Drehmoment-Ungleichgewicht auf der rechten Seite des Waagebalkens. Dieses Defizit wird experimentell wieder ausgeglichen, indem kleine, normierte Reitergewichte mit den jeweiligen Massen m_i an variablen, skalierten Positionen (Radien r_i) auf der rechten Seite des Balkens aufgehängt werden, bis der Zeiger der Waage wieder die Nullposition erreicht.

Da die Waage so kalibriert ist, dass die Drehmomentbilanz bei einer Justierung in reinem Wasser als Referenzwert dient, verschwinden die Erdbeschleunigung und das Volumen des Glaskörpers aus der Betrachtung. Die gesuchte Dichte ρ berechnet sich direkt über das Verhältnis der Summe der Produkte aus Massen m_i und Radien r_i zum entsprechenden Referenzwert in Wasser sowie der bekannten Dichte von Wasser $\rho_{\text{H}_2\text{O}}$ [L.2, S. 45–48]:

$$\rho = \rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot \frac{\sum(m_i \cdot r_i)}{(m \cdot r)_{\text{H}_2\text{O}}} \quad (2.4.2)$$

3 Durchführung

3.1 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau umfasst drei farbkodierte Glaskapillaren verschiedener Durchmesser, ein Messmikroskop zur präzisen Radiusbestimmung sowie ein skaliertes Glasgefäß zur Zeiterfassung von strömenden Flüssigkeitsvolumina. Zudem kommt eine Mohrsche Waage mit einem zylindrischen Tauchkörper zum Einsatz, um die materialspezifische Dichte der verwendeten Fluide zu bestimmen (siehe Abb.1).

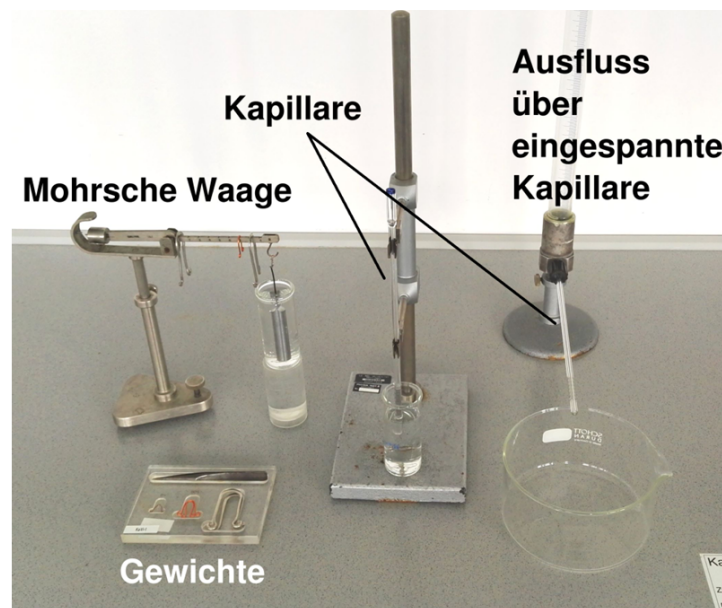


Abbildung 1: Versuchsaufbau [B.1 S.88]

3.2 Durchführung

Vor Beginn der eigentlichen Messungen werden drei verschieden farbkodierte Glaskapillaren aus dem Vorrat entnommen. Um Verunreinigungen und Rückstände zu entfernen, die das Benetzungsverhalten verfälschen könnten, werden die Kapillaren gründlich mit Wasser gereinigt. Die anschließende vollständige Trocknung erfolgt mithilfe einer Handpumpe.

Nach der Reinigung wird der Innenradius R jeder der drei Kapillaren mithilfe eines Messmikroskops bestimmt. Um statistische Fehler zu minimieren, wird der Radius jeder Kapillare dreimal unabhängig voneinander gemessen.

Teil 1: Kapillarität und Dichtemessung

Im ersten Versuchsteil wird die kapillare Steighöhe in Abhängigkeit vom Durchmesser und der verwendeten Flüssigkeit untersucht. Als Messfluide dienen destilliertes Wasser, Methanol und Ethylenglykol.

1. Die gereinigten Kapillaren werden nacheinander in die drei zu untersuchenden Flüssigkeiten getaucht.
2. Die Kapillaren werden vorsichtig bis exakt an die Flüssigkeitsoberfläche herausgehoben.
3. Der makroskopische Höhenunterschied h zwischen dem äußeren Flüssigkeitsspiegel und dem Meniskus innerhalb der Kapillare wird dreimal pro Durchgang vermessen.

Parallel dazu wird die materialspezifische Dichte ρ der drei Flüssigkeiten bei Raumtemperatur mithilfe einer Mohrschen Waage bestimmt. Hierbei wird der zugehörige Körper vor dem Eintauchen sorgfältig gereinigt und getrocknet. Beim Messvorgang ist darauf zu achten, dass der Probekörper vollständig in die Flüssigkeit eintaucht und die Gefäßwandungen nicht berührt. Das System wird anschließend durch das Justieren der Reitergewichte ausbalanciert, bis der Waagebalken horizontal im Gleichgewicht steht.

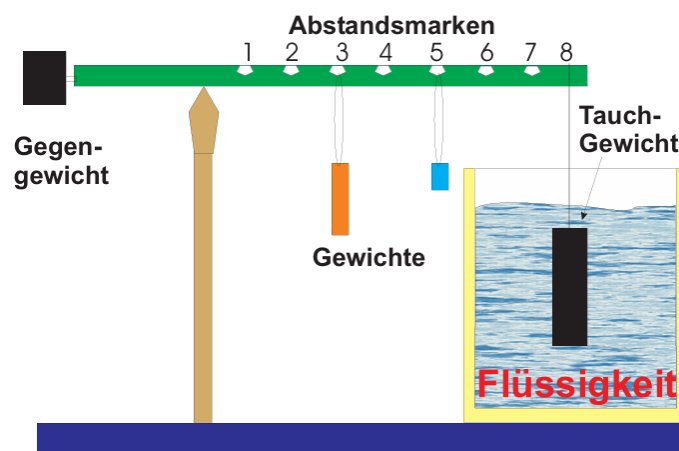


Abbildung 2: Aufbau und Funktion einer Mohrschen Waage [B.1 S.89].

Teil 2: Innere Reibung (Viskosität)

Der zweite Versuchsteil widmet sich der Bestimmung der dynamischen Viskosität über die Ausflusszeiten des Fluids nach dem Gesetz von Hagen-Poiseuille. Zu Beginn werden das Volumen des Glasgefäßes zwischen den vordefinierten Strichmarken 50 und 45 (ΔV), die Gesamtlänge der Kapillaren l sowie die Temperatur des destillierten Wassers T_W

messtechnisch erfasst.

Teil 2a: Viskosität in Abhängigkeit des Kapillarradius

Das Vorratsgefäß wird mit destilliertem Wasser befüllt. Für jede der drei farbkodierten Kapillaren wird die Ausflusszeit t gemessen, welche die Flüssigkeitssäule benötigt, um die Strecke zwischen den Herstellermarken 50 und 45 zu passieren.

Teil 2b: Kontinuierliche Ausflusskurve

Für diesen Versuchsteil wird ausschließlich die engste Kapillare (die Kapillare mit dem kleinstem Durchmesser) verwendet. Das Glasgefäß wird erneut befüllt. Im Anschluss wird die Ausflusszeit $t(h)$ in Abhängigkeit von der momentanen Höhe h der Wassersäule im Glasgefäß aufgezeichnet. Insgesamt werden im Verlauf des kontinuierlichen Absinkens 10 feste Wertepaare aus Füllhöhe h und zugehöriger Zeit t für die spätere logarithmische Regression erfasst.

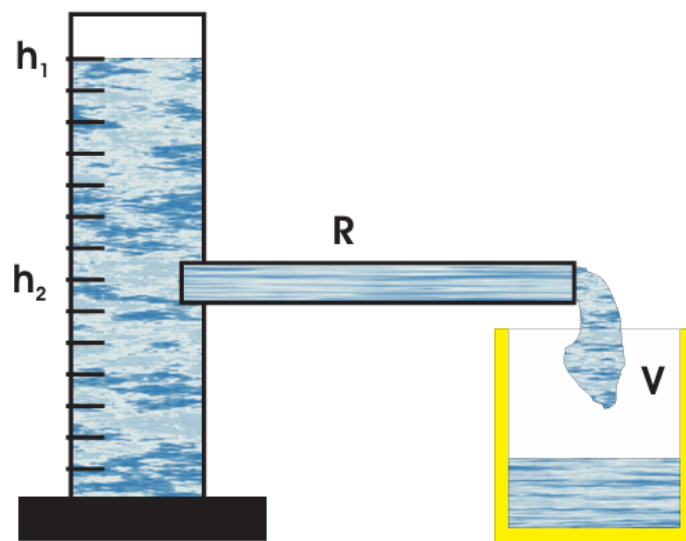


Abbildung 3: Schematische Darstellung zum Hagen-Poiseuilleschen Gesetz [B.2].

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Kapillarradien

Folgende Werte wurden für die inneren Radien r , inklusive Unsicherheiten, mithilfe eines Mikroskops gemessen:

Kapillare	Radius r [mm]
Grün	$0,850 \pm 0,050$
Rot	$0,435 \pm 0,050$
Blau	$0,630 \pm 0,050$

Tabelle 1: Verwendete Innenradien der Kapillaren.

Die in Tabelle 1 angegebene Unsicherheit von $\pm 0,050$ mm ist eine systematische Größtunsicherheit, die aus der unscharfen und nicht fein genug unterteilten Skala des Messmikroskops resultiert. Wiederholte Ablesungen lieferten stets denselben Wert, sodass keine statistische Streuung der Einzelmessungen beobachtet werden konnte. Da somit keine zufälligen Fehler bestimmbar waren, entfällt die Verwendung eines t_P -Faktors; die genannte Toleranz gibt ausschließlich den aus der Ablesegenauigkeit abgeschätzten systematischen Anteil wieder.

4.2 Bestimmung der Dichten verschiedener Flüssigkeiten

Mithilfe des Prinzips der *Mohrschen Waage* (s. 2.4) werden die Dichten ρ der zu untersuchenden Flüssigkeiten berechnet:

Flüssigkeit	Experimentell ρ [g/cm ³]	Literatur ρ [g/cm ³]
Wasser	$0,998 \pm 0,010$	0,998
Methanol	$0,753 \pm 0,010$	0,791
Ethylenglykol	$1,007 \pm 0,010$	1,113

Tabelle 2: Mit dem Prinzip der Mohrschen Waage bestimmte Dichten ρ und Literaturwerte bei $T = 20^\circ\text{C}$.

Die Unsicherheit von $\pm 0,010$ g/cm³ basiert auf der begrenzten Ablesegenauigkeit der Kerben der Mohrschen Waage ($\pm 0,5$ mm). Die Fehlerfortpflanzung der linearen Abhängigkeit $\rho \propto \sum m_i d_i$ liefert einen Wert von ca. $0,008$ g/cm³, der auf $\pm 0,010$ g/cm³ aufgerundet wurde, um auch systematische Einflüsse (nicht ideal zentrierte Reiter) zu berücksichtigen.

4.3 Mittelwert der Höhendifferenz

Des Weiteren folgt der errechnete Mittelwert der Höhendifferenz h :

Kapillare	Wasser h [cm]	Methanol h [cm]	Ethylenglykol h [cm]
Grün	$1,23 \pm 0,10$	$0,50 \pm 0,10$	$0,87 \pm 0,10$
Rot	$3,10 \pm 0,10$	$1,33 \pm 0,10$	$2,00 \pm 0,10$
Blau	$2,23 \pm 0,10$	$0,90 \pm 0,10$	$1,47 \pm 0,10$

Tabelle 3: Ermittelte kapillare Steighöhen.

Die in Tabelle 3 aufgeführte Unsicherheit von $\pm 0,10$ cm ist die geschätzte Ablesegenauigkeit (im Bezug auf die Skallierung). Die Standardabweichungen der jeweils drei Einzelmessungen liegen mit $s \approx 0,03 \dots 0,06$ cm deutlich darunter, und die zugehörigen statistischen Mittelwertsfehler nach ($t_{68,3\%} = 1,32$, $n = 3$) erreichen maximal 0,04 cm. Sie sind daher gegenüber der Ablesegenauigkeit vernachlässigbar, ein t_P -Faktor wird für diese Größe nicht verwendet.

4.4 Oberflächenspannung

Nun kann die Oberflächenspannung σ mithilfe der hergeleiteten Formel Glg.(2.2.6) ermittelt werden:

Kapillare	Wasser σ [10^{-3} N/m]	Methanol σ [10^{-3} N/m]	Ethylenglykol σ [10^{-3} N/m]
Grün	$51,2 \pm 5,2$	$15,7 \pm 1,8$	$36,7 \pm 3,9$
Rot	$66,0 \pm 5,8$	$21,7 \pm 2,1$	$44,9 \pm 4,1$
Blau	$69,5 \pm 6,0$	$22,0 \pm 2,1$	$49,1 \pm 4,5$

Tabelle 4: Oberflächenspannung σ der untersuchten Flüssigkeiten.

Die Unsicherheit wurde hierbei mithilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung wie folgt ermittelt:

$$\Delta\sigma = \sqrt{\left(\frac{\partial\sigma}{\partial\rho} \Delta\rho\right)^2 + \left(\frac{\partial\sigma}{\partial r} \Delta r\right)^2 + \left(\frac{\partial\sigma}{\partial h} \Delta h\right)^2}, \quad (4.4.1)$$

mit:

$$\frac{\partial\sigma}{\partial\rho} = \frac{grh}{2}; \quad \frac{\partial\sigma}{\partial r} = \frac{\rho gh}{2}; \quad \frac{\partial\sigma}{\partial h} = \frac{\rho gr}{2}. \quad (4.4.2)$$

Zusammenfassend ergeben sich folgende gewichtete Mittelwerte der Oberflächenspannungen $\bar{\sigma}$ aus den Kapillarsteighöhen, verglichen mit den Literaturwerten bei $T = 20^\circ\text{C}$ [L.3]:

Flüssigkeit	Mittelwert $\bar{\sigma}$ [mN/m]	Literatur σ [mN/m]
Wasser	$61,5 \pm 3,2$	72,8
Methanol	$19,5 \pm 1,1$	22,5
Ethylenglykol	$43,0 \pm 2,3$	47,7

Tabelle 5: Gewichtete Mittelwerte der Oberflächenspannungen $\bar{\sigma}$, verglichen mit den Literaturwerten bei $T = 20^\circ\text{C}$.

Die gewichteten Mittelwerte und ihre Unsicherheiten in Tabelle 5 wurden für jede Flüssigkeit einzeln nach

$$\bar{\sigma} = \frac{\sum_i \sigma_i / (\Delta\sigma_i)^2}{\sum_i 1 / (\Delta\sigma_i)^2}, \quad \Delta\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{\sum_i 1 / (\Delta\sigma_i)^2}} \quad (4.4.3)$$

berechnet, wobei $i = \text{Grün, Rot, Blau}$ läuft und σ_i sowie $\Delta\sigma_i$ die Werte aus Tabelle 4 sind.

4.5 Dynamische Viskosität

Nach der Umformung des hergeleiteten Gesetzes von Hagen-Poiseuille Glg.(2.3.2) erhält man für dynamische Viskosität:

$$\eta = \frac{\pi \Delta p}{8 \Delta V l} r^4 t. \quad (4.5.1)$$

Hierbei ist Δp die Druckdifferenz über der Kapillare, ΔV ausgelaufenes Flüssigkeitsvolumen (hier zwischen zwei Marken), l die Länge der Kapillare, r der Innenradius der Kapillare und t die Ausflusszeit.

Kapillare	Ausflusszeit t [s]	Viskosität η [cP]
Grün	8 ± 1	$1,29 \pm 0,30$
Rot	75 ± 1	$0,83 \pm 0,38$
Blau	23 ± 1	$1,12 \pm 0,36$

Tabelle 6: Dynamische Viskosität η von Wasser bei $T = 20^\circ\text{C}$.

Die Unsicherheit von ± 1 s ist die geschätzte Reaktionszeit, die Fehler von η stammen aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung (hauptsächlich durch die Radiusunsicherheit dominiert):

$$\Delta\eta = \sqrt{\left(\frac{\partial\eta}{\partial R} \Delta R\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial t} \Delta t\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial h} \Delta h\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial V} \Delta V\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial L} \Delta L\right)^2}, \quad (4.5.2)$$

mit:

$$\begin{aligned} \frac{\partial\eta}{\partial R} &= \frac{4\pi R^3 \Delta p t}{8VL}; & \frac{\partial\eta}{\partial t} &= \frac{\pi R^4 \Delta p}{8VL}; & \frac{\partial\eta}{\partial h} &= \frac{\pi R^4 \rho g t}{8VL}; \\ \frac{\partial\eta}{\partial V} &= -\frac{\pi R^4 \Delta p t}{8V^2 L}; & \frac{\partial\eta}{\partial L} &= -\frac{\pi R^4 \Delta p t}{8VL^2}. \end{aligned} \quad (4.5.3)$$

Zusammenfassend erhält man folgenden gewichteten Mittelwert der Viskosität η , verglichen mit dem Literaturwert [L.3]:

$$\bar{\eta} = \frac{\sum_i \eta_i / (\Delta\eta_i)^2}{\sum_i 1 / (\Delta\eta_i)^2}, \quad \Delta\bar{\eta} = \frac{1}{\sqrt{\sum_i 1 / (\Delta\eta_i)^2}}, \quad (4.5.4)$$

wobei i = Grün, Rot, Blau die drei Kapillaren bezeichnet und η_i , $\Delta\eta_i$ die Werte aus Tabelle 6 sind.

Flüssigkeit	Mittelwert $\bar{\eta}$ [cP]	Literaturwert η [cP]
Wasser	$1,12 \pm 0,20$	1,002

Tabelle 7: Gewichteter Mittelwert der Viskosität aus den drei Kapillarmessungen, verglichen mit dem Literaturwert bei $T = 20^\circ\text{C}$.

Die Unsicherheit des Mittelwertes wurde nach $\Delta\bar{\eta} = (\sum_i 1 / (\Delta\eta_i)^2)^{-1/2}$ berechnet.

4.6 Ausflusskurve und logarithmische Regression

Aus dem Exponenten des hergeleiteten Zusammenhangs in Glg.(2.3.6) soll nun die Viskosität von Wasser bestimmt werden. Dazu betrachtet man den natürlichen Logarithmus $\ln[h(t)]$ des Exponenten und erhält somit für die notwendige Steigung m :

$$m = -\frac{\rho g R^4}{8 \eta L r^2}. \quad (4.6.1)$$

Hierbei ist g die Erdbeschleunigung und r der Innenradius des zylindrischen Glasgefäßes (Wasserstandsrohr).

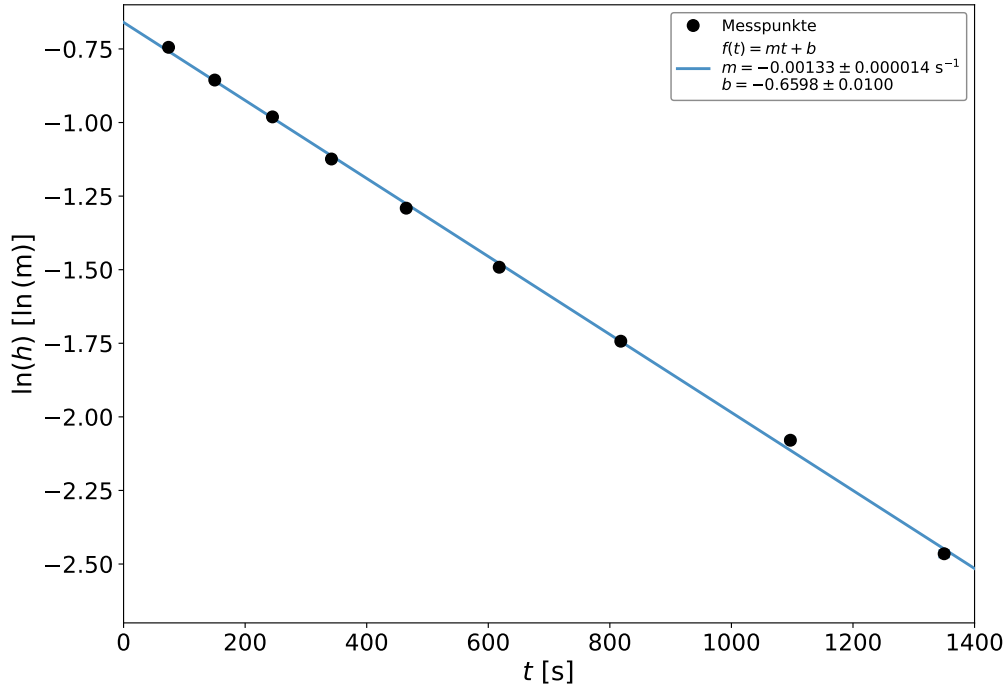


Abbildung 4: Logarithmische Regression $\ln[h(t)]$ der Steighöhe h in Abhängigkeit der Zeit t .

Die Unsicherheit der Höhenmessung ($\pm 1\text{mm}$) führt zu insignifikanten Fehlerbalken, welche in der logarithmischen Darstellung innerhalb der Symbolgröße der Messpunkte liegen und daher nicht sichtbar sind. Die Fehlerrechnung erfolgte mithilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta\eta = \sqrt{\left(\frac{\partial\eta}{\partial m}\sigma_m\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial R}\sigma_R\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial L}\sigma_L\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial A}\sigma_A\right)^2 + \left(\frac{\partial\eta}{\partial \rho}\sigma_\rho\right)^2}, \quad (4.6.2)$$

mit:

$$\begin{aligned} \frac{\partial\eta}{\partial m} &= -\frac{\eta}{|m|}; & \frac{\partial\eta}{\partial R} &= 4\frac{\eta}{R}; & \frac{\partial\eta}{\partial L} &= -\frac{\eta}{L}; \\ \frac{\partial\eta}{\partial A} &= -\frac{\eta}{A}; & \frac{\partial\eta}{\partial \rho} &= \frac{\eta}{\rho}. \end{aligned} \quad (4.6.3)$$

Mithilfe der logarithmischen Regression ergibt sich folgender Wert für die Viskosität η :

$$\eta = (0,99 \pm 0,32) \text{ cP}. \quad (4.6.4)$$

4.7 Zusammenfassung: Viskosität

Insgesamt ergeben sich folgende Werte für die Viskosität:

Methoden	Viskosität η [cP]
Konstante Druckdifferenz, gewichteter Mittelwert	$1,12 \pm 0,20$
Logarithmische Ausflusskurve, blaue Kapillare	$0,99 \pm 0,32$
Literaturwert	1,002

Tabelle 8: Viskosität von Wasser bei $T = 20^\circ\text{C}$ aus beiden Messverfahren und Vergleich mit dem Literaturwert.

5 Diskussion

Die gemessenen Oberflächenspannungen weichen besonders bei Wasser merklich vom Literaturwert [L.3] ab: Der gewichtete Mittelwert für Wasser beträgt $\bar{\sigma} = (61,5 \pm 3,2) \text{ mN/m}$ (Literatur: $72,8 \text{ mN/m}$), die Differenz entspricht $3,5\sigma$ und liegt damit deutlich außerhalb des 3σ -Intervalls. Für Methanol ($\bar{\sigma} = (19,5 \pm 1,1) \text{ mN/m}$, Literatur: $22,5 \text{ mN/m}$) beträgt der Abstand $2,7\sigma$, für Ethylenglykol ($\bar{\sigma} = (43,0 \pm 2,3) \text{ mN/m}$, Literatur: $47,7 \text{ mN/m}$) sind es $2,0\sigma$. Alle drei Literaturwerte liegen somit außerhalb der zugehörigen 2σ -Intervalle, was auf systematische Abweichungen hindeutet.

Auch bei den Dichten zeigen sich signifikante Abweichungen: Methanol ($\rho = (0,753 \pm 0,010) \text{ g/cm}^3$, Literatur: $0,791 \text{ g/cm}^3$) liegt $3,8\sigma$ und Ethylenglykol ($\rho = (1,007 \pm 0,010) \text{ g/cm}^3$, Literatur: $1,113 \text{ g/cm}^3$) sogar $10,6\sigma$ vom Literaturwert entfernt.

Der dominierende Beitrag zu diesen Diskrepanzen liegt in der unsicheren Bestimmung der Kapillarradien. Das verwendete Mikroskop lieferte ein unscharfes Bild und besaß keine geeichte Skalierung, sodass die Ablesung mit einer erheblichen Unsicherheit behaftet war. Da der Radius linear in die Oberflächenspannung eingeht, überträgt sich seine relative Unsicherheit unmittelbar auf das Ergebnis. Die ebenfalls fehlerbehaftete Höhenmessung fällt vor allem bei der grünen Kapillare mit ihren geringen Steighöhen ins Gewicht.

Bei der Bestimmung der dynamischen Viskosität erweist sich bereits die einfache Methode mit konstanter Druckdifferenz als brauchbar: Der gewichtete Mittelwert $\bar{\eta} = (1,12 \pm 0,20) \text{ cP}$ liegt nur $0,6\sigma$ vom Literaturwert ($1,002 \text{ cP}$) entfernt und ist damit im Rahmen der Unsicherheit vollständig mit diesem verträglich. Die Einzelwerte der drei Kapillaren zeigen dabei eine gewisse Streuung (Grün: $1,0\sigma$, Rot: $0,5\sigma$, Blau: $0,3\sigma$ Abstand), was die Vergleichbarkeit der Messungen unterstreicht.

Das präzisere Verfahren der logarithmischen Ausflusskurve liefert $\eta = (0,99 \pm 0,32) \text{ cP}$; der Abstand zum Literaturwert beträgt lediglich $0,04\sigma$ und bestätigt die Verlässlichkeit dieser Methode eindrucksvoll. Allerdings schlägt auch hier die Radiusunsicherheit aufgrund der vierten Potenz im *Hagen-Poiseuille-Gesetz* besonders stark durch und dominiert den Gesamtfehler.

Die logarithmische Ausflusskurve erweist sich als das präzisere Verfahren. Sie beruht auf einer größeren Zahl von Messpunkten, die über einen langen Zeitraum gleichmäßig verteilt sind, sodass zufällige Zeitfehler statistisch gemittelt werden. Die Fehlerbalken der logarithmierten Höhen sind wegen der hohen relativen Präzision der Höhenmessung im Plot nicht sichtbar, ein Hinweis auf die innere Konsistenz dieser Methode.

Ein weiterer, nicht numerisch fassbarer Einfluss besteht darin, dass anstelle von destilliertem Wasser Leitungswasser verwendet wurde. Die darin enthaltenen Ionen und Spurenstoffe können die Oberflächenspannung und die Viskosität geringfügig verändern. Eine quantitative Abschätzung dieses Effekts ist mit den vorhandenen Mitteln nicht

möglich. Jedoch wird angenommen, dass er gegenüber den apparativ bedingten Unsicherheiten nicht signifikant ins Gewicht fällt.

Zusammenfassend liefern beide Messverfahren physikalisch sinnvolle Ergebnisse. Die Viskositätsmessung zeigt eine hervorragende Übereinstimmung mit dem Literaturwert ($0,04\sigma$ bis $0,6\sigma$), während die Oberflächenspannungen systematische Abweichungen von $2,0\sigma$ bis $3,5\sigma$ aufweisen. Diese lassen sich schlüssig auf die begrenzte Genauigkeit der Radiusbestimmung sowie auf die allgemeinen apparativen Gegebenheiten zurückführen. Mit einer besser aufgelösten Mikroskop-Skala und einer thermostatisierten Messumgebung wäre eine deutliche Reduktion der Unsicherheiten und eine noch engere Übereinstimmung mit den Literaturwerten zu erwarten.

Bildquellen

[B.1] Jörn Große-Knetter und Peter Schaaf Das Physikalische Praktikum Handbuch 2025/2026 für Studentinnen und Studenten der Physik Band I Seite 88

Literatur

- [L.1] Hans-Jürgen Butt, Karlheinz Graf und Michael Kappl. *Physics and Chemistry of Interfaces*. 3. Aufl. Weinheim: Wiley-VCH, 2013.
- [L.2] Dieter Geschke, Hrsg. *Physikalisches Praktikum*. 14. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 2014.
- [L.3] W. M. Haynes, Hrsg. *CRC Handbook of Chemistry and Physics*. 97. Aufl. Boca Raton: CRC Press, 2016. ISBN: 978-1-4987-5428-6.
- [L.4] Paul A. Tipler und Gene Mosca. *Physik: für Wissenschaftler und Ingenieure*. 8. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 2019.
- [L.5] Dieter Meschede. *Gerthsen Physik*. 26. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 2020.
- [L.6] Peter W. Atkins, Julio de Paula und James Keeler. *Atkins' Physikalische Chemie*. 6. Aufl. Weinheim: Wiley-VCH, 2022.