

ANFÄNGERPRAKTIKUM DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK,
UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

Versuch 10
Magnetfeld von Spulen

Praktikant:	Vladislav Begert
E-Mail-Adresse:	v.begert@stud.uni-goettingen.de
Durchführungspartner:	Christoph Kehl
E-Mail-Adresse:	christoph.kehl01@stud.uni-goettingen.de
Betreuerin:	Carla Neubert
Datum der Durchführung:	29.06.2026

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie	2
3	Durchführung	4
3.1	Aufbau	4
3.2	Kalibrierung des Stromintegrators	5
3.3	Messung mit der Induktionsspule	5
3.4	Messung mit der Hall-Sonde	6
3.5	Zusatzmessungen	6
4	Auswertung	7
4.1	Kalibrierung des Stromintegrators	7
4.2	Vergleich der Messverfahren an der langen Spule	9
4.3	Feldverlauf der langen und der dicken Spule	11
4.4	Vergleich mit den Helmholtzspulen	12
4.5	Bestimmung der magnetischen Feldkonstanten	14
4.5.1	Bestimmung der magnetischen Feldkonstante mithilfe der Hall-Sonde	14
4.5.2	Bestimmung der magnetischen Feldkonstanten aus den weiteren Messungen	15
5	Diskussion	16
	Literatur	18

1 Einleitung

Das **Biot-Savart-Gesetz** beschreibt die Erzeugung eines magnetischen Feldes durch einen elektrischen Strom und bildet somit die Grundlage der Magnetostatik innerhalb der Physik.

Dieses Gesetz ist nicht nur für das theoretische Verständnis magnetischer Phänomene fundamental, sondern auch für zahlreiche Anwendungen unverzichtbar. Dazu gehört die Auslegung von Elektromagneten, die Berechnung von Induktivitäten in der Nachrichtentechnik und die Entwicklung von Magnetresonanztomographen. Darüber hinaus lässt sich die Konstruktion von Generatoren und Elektromotoren auf das Verständnis der *magnetischen Flussdichte* in stromdurchflossenen Leiteranordnungen zurückführen.

Das Ziel dieses Versuches besteht darin, die magnetischen Felder verschiedener Spulenordnungen experimentell zu untersuchen.

Des Weiteren wird die Messung magnetischer Felder mit einer Hall-Sonde und einer Induktionsspule verglichen, die auf unterschiedlichen physikalischen Prinzipien beruhen.

Schließlich soll durch den Vergleich mit den theoretischen Vorhersagen sowohl das Biot-Savart-Gesetz als auch die Proportionalität der Feldstärke zum Strom verifiziert werden.

2 Theorie

Eine bewegte elektrische Ladung erzeugt im umgebenden Raum ein magnetisches Feld. Die magnetische Flussdichte $\vec{B}$ eines einzelnen Teilchens der Ladung q mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ am Ort $\vec{r}$ ist gegeben durch [1, S. 113]

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q [\vec{v} \times \vec{r}]}{|\vec{r}|^3}. \quad (2.0.1)$$

Der Übergang von einer Einzelladung zu einem Stromelement $I d\vec{\ell}$ ergibt das Biot-Savart-Gesetz für einen stromdurchflossenen Leiter [3, S. 93]

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{\ell} \times \vec{r}]}{|\vec{r}|^3}; \quad d\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{I [d\vec{\ell} \times \vec{r}]}{|\vec{r}|^3}. \quad (2.0.2)$$

In Glg. (2.0.2) bezeichnet μ_0 die magnetische Feldkonstante und $\vec{H}$ die magnetische Erregung. Für das Vakuum und in guter Näherung auch für Luft sind $\vec{B}$ und $\vec{H}$ proportional zueinander [3, S. 110]

$$\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H}; \quad \mu_r \approx 1. \quad (2.0.3)$$

Wird ein Leiter zu einer Spule mit n Windungen gewickelt, so kann das Magnetfeld auf der Symmetrieachse durch Integration über die Stromelemente berechnet werden. Für eine Spule der Länge ℓ und des Radius R ergibt sich die magnetische Erregung H im Abstand a vom vorderen Spulenende zu [1, S. 113]

$$H(a) = \frac{nI}{2\ell} \left[\frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} + \frac{\ell - a}{\sqrt{R^2 + (\ell - a)^2}} \right]. \quad (2.0.4)$$

Glg. (2.0.4) zeigt die charakteristische Ortsabhängigkeit des Spulenfeldes. Für eine lange Spule ($\ell \gg R$) vereinfacht sich der Ausdruck im Zentrum zu der bekannten Näherung

$$H \approx \frac{nI}{\ell}. \quad (2.0.5)$$

Eine zeitliche Änderung des magnetischen Flusses $\Phi = \vec{A} \cdot \vec{B}$ durch eine Leiterschleife induziert nach dem Faradayschen Gesetz eine Spannung [3, S. 128]

$$U_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (2.0.6)$$

Dieser Effekt wird bei der Messung mit einer Induktionsspule ausgenutzt: Schaltet man das äußere Feld plötzlich aus, so entspricht der resultierende Spannungsstoß dem Integral über die induzierte Spannung und ist dabei proportional zur Flussdichte vor dem Abschalten. Ein Stromintegrator mit Innenwiderstand R_i wandelt diesen Stoß in eine messbare Ladung Q um [1, S. 115]

$$\int U_{\text{ind}} dt = R_i Q; \quad B = \frac{R_i Q}{n A}, \quad (2.0.7)$$

wobei n und A Windungszahl und Querschnittsfläche der Induktionsspule sind.

Eine alternative Methode zur Messung von Magnetfeldern bietet die Hall-Sonde. Ein Halbleiterplättchen der Dicke d wird von einem konstanten Strom I durchflossen. In einem senkrecht zur Stromrichtung wirkenden Feld B werden die Ladungsträger durch die Lorentzkraft abgelenkt, bis ein Gleichgewicht mit der elektrischen Gegenkraft entsteht. Die abgegriffene Hallspannung beträgt [1, S. 115]

$$U_H = \frac{R_H I B}{d}, \quad (2.0.8)$$

mit dem materialspezifischen Hallkoeffizienten R_H . Die Hallspannung ist direkt proportional zu B , sodass die Sonde eine statische Messung der Flussdichte ermöglicht.

Eine besondere Spulenanordnung bilden die Helmholtzspulen: Zwei identische, parallele Spulen mit Radius r werden im Abstand R angeordnet und gleichsinnig bestromt. Die Überlagerung der Einzelfelder führt zu einem besonders homogenen Feld im Zentrum, das sich analytisch als

$$B_{\text{Zentrum}} = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{\mu_0 n I}{R} \quad (2.0.9)$$

angeben lässt [1, S. 117]. Diese Konfiguration wird im Versuch verwendet, um die Homogenität des Feldes mit der gewöhnlicher Spulen zu vergleichen.

3 Durchführung

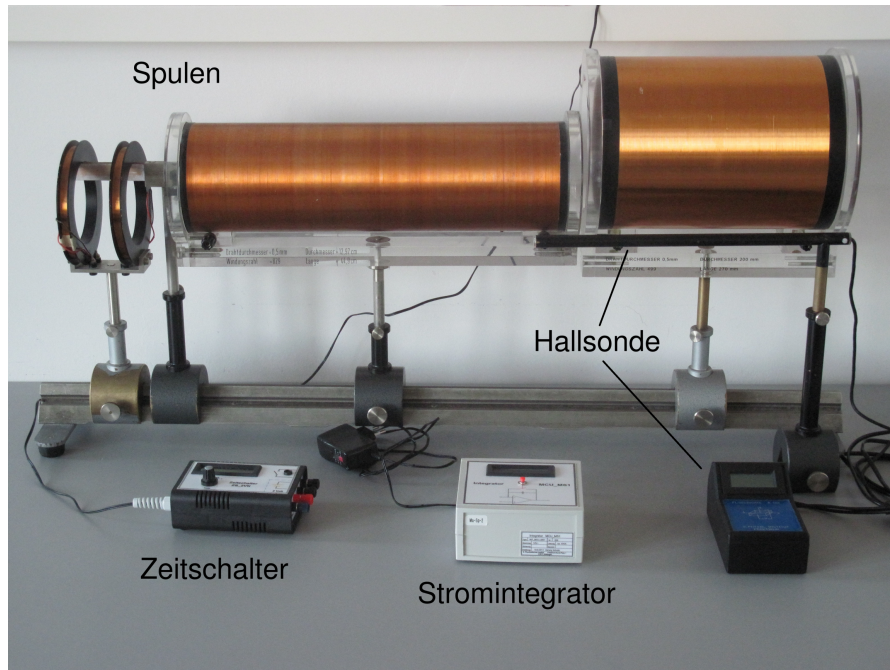


Abbildung 1: Darstellung des Versuchsaufbaus mit Helmholtzspulenpaar, langer Spule, dicker Spule, Hall-Sonde, Stromintegrator und einem Zeitschalter zur Kalibrierung. Das Strommessgerät, zwei Widerstände ($1\text{ k}\Omega$ und $3,3\Omega$), Induktionsspule sowie das verwendete Netzgerät sind hierbei nicht abgebildet [1, S. 112].

3.1 Aufbau

Der Versuchsaufbau besteht aus einem Netzgerät (0 bis 60 V; 1 A), zwei Luftspulen (eine lange und eine dicke Spule), einem Helmholtzspulenpaar, einer Induktionsspule und einer Hall-Sonde. Ein Stromintegrator dient der Messung induzierter Ladungen, ein Zeitschalter mit 2 V-Netzteil der Kalibrierung des Integrators. Zwei Widerstände ($1\text{ k}\Omega$ und $3,3\Omega$) sowie ein Strommessgerät vervollständigen den Aufbau.

Für die Messung mit der Induktionsspule wird die Schaltung gemäß dem Schaltplan aus Abbildung 2 aufgebaut. Der eingerahmte Teil rechts im Schaltplan wird nur für die Kalibrierungsmessung benötigt und kann anschließend aus der Schaltung entfernt werden. Die maximale Spulen-Stromstärke beträgt 0,8 A.

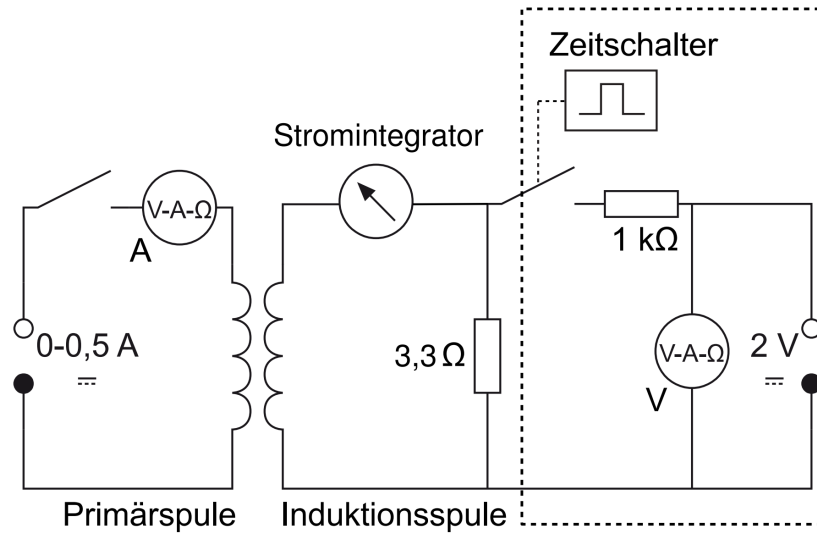


Abbildung 2: Schaltplan zur Messung des Magnetfeldes mit der Induktionsspule und zur Kalibrierung des Stromintegrators. Der gestrichelt eingerahmte Teil (Zeitschalter mit integrierter 2 V-Quelle) wird nur für die Kalibrierung benötigt [1, S. 116].

3.2 Kalibrierung des Stromintegrators

Vor Beginn der eigentlichen Messung wird der Stromintegrator zunächst kalibriert. Hierzu sendet der Zeitschalter definierte Strompulse von 2 V über die Widerstände (1 kΩ und 3,3 Ω) in den Integrator ein. Die Impulszeit ist im Bereich von 50 ms bis 500 ms einstellbar und wird durch Drücken eines Knopfes ausgelöst. Es werden zehn verschiedene Pulslängen über den gesamten einstellbaren Bereich vermessen, um eine präzise Zuordnung zwischen angezeigter Skalenteilung und tatsächlicher Ladung zu erhalten.

3.3 Messung mit der Induktionsspule

Die Induktionsspule wird in die Mitte der längeren Spule gebracht. Durch Ein- und Ausschalten eines Primärstromes von 0,5 A wird jeweils ein Spannungsstoß erzeugt. Die resultierende Ladung wird bei mehreren Positionen der Induktionsspule auf der Längsachse der Spule mit dem Stromintegrator gemessen, wobei die Ablesung jeweils beim Ein- und beim Ausschalten erfolgt. Die Schrittweite beträgt 2 cm, und die Messung wird mit fünf weiteren Messpunkten außerhalb der Primärspule fortgesetzt.

3.4 Messung mit der Hall-Sonde

Mit der Hall-Sonde werden die Magnetfelder der langen Spule, der dicken Spule und des Helmholtzspulenpaares in Abhängigkeit von der Position auf der Längsachse vermessen. Die Schrittweite beträgt hierbei 1 cm, und auch hier werden fünf weitere Messpunkte außerhalb der jeweiligen Spule aufgenommen. Der Spulenstrom beträgt konstant 0,5 A.

3.5 Zusatzmessungen

Alle benötigten Spulendaten (Windungszahl, Länge, Radius) werden gemessen und notiert. Mit einem Multimeter werden die ohmschen Widerstände der Spulen und der Induktionsspule ausgemessen.

4 Auswertung

4.1 Kalibrierung des Stromintegrators

Zur Kalibrierung des Stromintegrators wurden definierte Ladungspulse bekannter Dauer und bekannter Stromstärke in den Eingang gesendet. Die daraus resultierenden Skalenteile N sind gegen die berechnete Ladung Q aufgetragen. Für den funktionellen Ansatz

$$N(Q) = KQ + b \quad (4.1.1)$$

wird eine Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate durchgeführt. Die Steigung K ist die gesuchte Kalibrierkonstante, der Achsenabschnitt b beschreibt einen möglichen Offset des Integrators.

Der Strom durch den Integrator ergibt sich aus der Spannungsteilerschaltung mit den tatsächlich gemessenen Widerständen $R_1 = 3,4\,\Omega$ und $R_2 = 961\,\Omega$ sowie dem Innenwiderstand des Integrators $R_i = 10\,\text{k}\Omega$ zu

$$I_1 = \frac{U_0}{R_1} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_i} \approx 5,15 \cdot 10^{-2} \text{ A}. \quad (4.1.2)$$

Die während der Pulsdauer Δt in den Integrator geflossene Ladung beträgt $Q = I_1 \Delta t$. Die aufgenommenen Wertepaare sind im Anhang dokumentiert.

Die lineare Regression ergibt

$$K = (2,05 \pm 0,01) \cdot 10^9 \frac{\text{Skt}}{\text{C}}; \quad b = (0,02 \pm 0,02) \text{ Skt}, \quad (4.1.3)$$

wobei die angegebenen Unsicherheiten die Standardfehler σ_K und σ_b aus der linearen Regression sind. Der Achsenabschnitt b ist mit $|b| < 2\sigma_b$ nicht signifikant von null verschieden, die Kalibriergerade geht somit durch den Ursprung.

Die Steigung der Regressionsgeraden im Diagramm beträgt $191,3 \text{ Skt pro } 10^{-7} \text{ C}$. Die Kalibrierkonstante K in der Einheit Skt/C folgt daraus durch Multiplikation mit 10^7 zu $K = 1,91 \cdot 10^9 \text{ Skt/C}$ (berechnet mit den Nennwerten der Widerstände). Mit den tatsächlich gemessenen Widerständen ergibt sich der oben angegebene, geringfügig höhere Wert von $2,05 \cdot 10^9 \text{ Skt/C}$, der für alle weiteren Auswertungen verwendet wird.

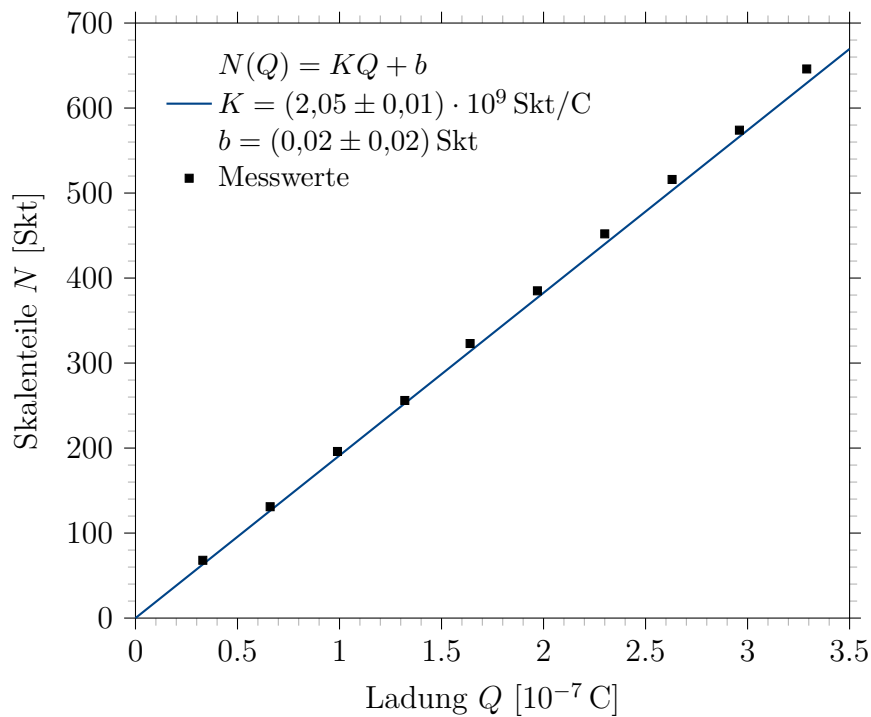


Abbildung 3: Kalibriergerade des Stromintegrators. Die blaue Linie zeigt die lineare Regression $N(Q) = KQ + b$, die schwarzen Quadrate sind die aufgenommenen Messpunkte. Die Unsicherheiten der einzelnen Messpunkte sind zu klein, um im Diagramm sichtbar zu sein.

Die Unsicherheiten der einzelnen Messpunkte, etwa $\pm 0,01 \cdot 10^{-7}$ C in der Ladung und $\pm 0,5$ Skt in der Anzeige, sind so klein, dass sie im Diagramm nicht als sichtbare Fehlerbalken in Erscheinung treten. Auf ihre Einzeichnung wurde daher verzichtet.

4.2 Vergleich der Messverfahren an der langen Spule

Die magnetischen Flussdichten B der langen Spule, gemessen mit der Hall-Sonde und der Induktionsspule, entlang der Längsachse sind in zwei separaten Abbildungen dargestellt (Abbildung 4; Abbildung 5). Die Position $z = 0$ markiert die Mitte der Spule. Da für die Hall-Sonde kein gerätespezifischer Offset gemessen wurde, werden die unveränderten Rohwerte verwendet. Die digitalen Anzeigewerte der Induktionsspule wurden mit dem in Abschnitt 4.1 bestimmten Faktor K in Flussdichten umgerechnet, sodass beide Methoden bei $z = 0$ denselben Wert ergeben. Die eingezeichnete theoretische Kurve folgt aus dem im Theorieteil hergeleiteten Ausdruck für das axiale Magnetfeld einer endlichen Zylinderspule, ausgewertet mit den Spulendaten.

Abbildung 4 zeigt die Messwerte der Hall-Sonde im Vergleich zur theoretischen Kurve. Die Fehlerbalken der Hall-Sonde betragen $\pm 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ und spiegeln die digitale Auflösung des Anzeigegeräts wider. Die Messwerte folgen dem theoretischen Verlauf über den gesamten Messbereich mit einer Genauigkeit von besser als 5 % und zeigen den erwarteten s-förmigen Abfall der Flussdichte, der sich beim Übergang vom homogenen Innenfeld zum Streufeld außerhalb der Spule einstellt.

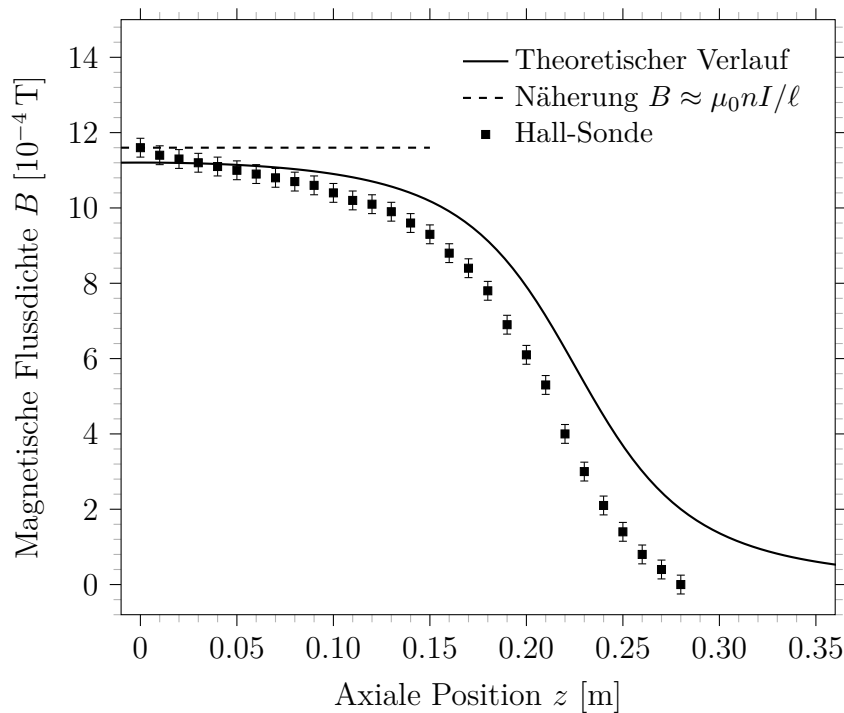


Abbildung 4: Vergleich der Hall-Sonden-Messung mit dem theoretischen Verlauf für die lange Spule. Die gestrichelte Linie zeigt die Näherung $B \approx \mu_0 n I / \ell$ für eine unendlich lange Spule. Die Fehlerbalken der Hall-Sonde betragen $\pm 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$.

Abbildung 5 zeigt die Messwerte der Induktionsspule, getrennt nach Ein- und Ausschaltmessung. Die Fehlerbalken der Induktionsspule betragen $\pm 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ und geben die geschätzte Gesamtunsicherheit der Methode wieder. Die Induktionsspule weist aufgrund ihrer endlichen Länge von 6 cm eine räumliche Mittelung des Feldes auf, was zu systematisch erhöhten Werten im Außenbereich führt. Die getrennte Darstellung von Ein- und Ausschaltmessung zeigt zudem eine leichte Asymmetrie, die auf eine nicht vollständig abgeklungene Restmagnetisierung im Eisenjoch oder auf geringfügige Schwankungen des Primärstroms während der Messreihe hindeuten könnte.

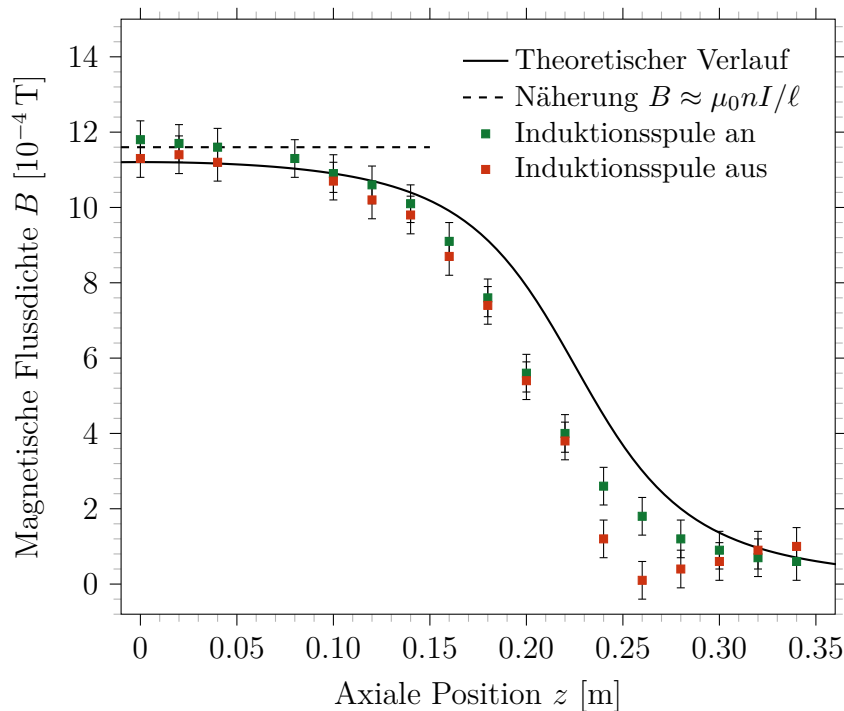


Abbildung 5: Vergleich der Induktionsspulen-Messung mit dem theoretischen Verlauf für die lange Spule. Die gestrichelte Linie zeigt die Näherung $B \approx \mu_0 n I / \ell$ für eine unendlich lange Spule. Die Fehlerbalken der Induktionsspule betragen $\pm 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ T}$.

Aufgrund der punktförmigen Messung, der direkten Umrechnung ohne zusätzliche Kalibrierkonstante und der hervorragenden Übereinstimmung mit dem theoretischen Verlauf wird die Messung mit der Hall-Sonde als zuverlässiger eingestuft. Die Induktionsspule eignet sich demgegenüber besonders für die Messung des gesamten magnetischen Flusses, was für die Bestimmung der magnetischen Feldkonstanten μ_0 von Vorteil ist.

4.3 Feldverlauf der langen und der dicken Spule

In Abbildung 6 sind die mit der Hall-Sonde gemessenen magnetischen Flussdichten B der langen und der dicken Spule entlang ihrer Längsachsen aufgetragen. Die Position $z = 0$ markiert jeweils die Spulenmitte. Die eingezeichneten theoretischen Kurven folgen aus dem im Theorieteil hergeleiteten Ausdruck für das axiale Magnetfeld einer endlichen Zylinderspule (Glg. (2.0.4)), ausgewertet mit den Spulendaten und einem Primärstrom von $I = 0,5 \text{ A}$. Für die lange Spule wurden $n = 836$, $\ell = 45,1 \text{ cm}$ und $R = 6,40 \text{ cm}$ verwendet; für die dicke Spule $n = 502$, $\ell = 27,0 \text{ cm}$ und $R = 10,0 \text{ cm}$. Die gestrichelten Linien zeigen die Näherung $B \approx \mu_0 n I / \ell$ für eine unendlich lange Spule, die bei der langen Spule im Zentrum gut mit der Messung übereinstimmt, bei der dicken Spule jedoch deutlich abweicht. Die Fehlerbalken beider Messreihen betragen $\pm 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ und entsprechen der geschätzten Unsicherheit der Hall-Sonde (Auflösungsungenauigkeit und Offsetschwankungen).

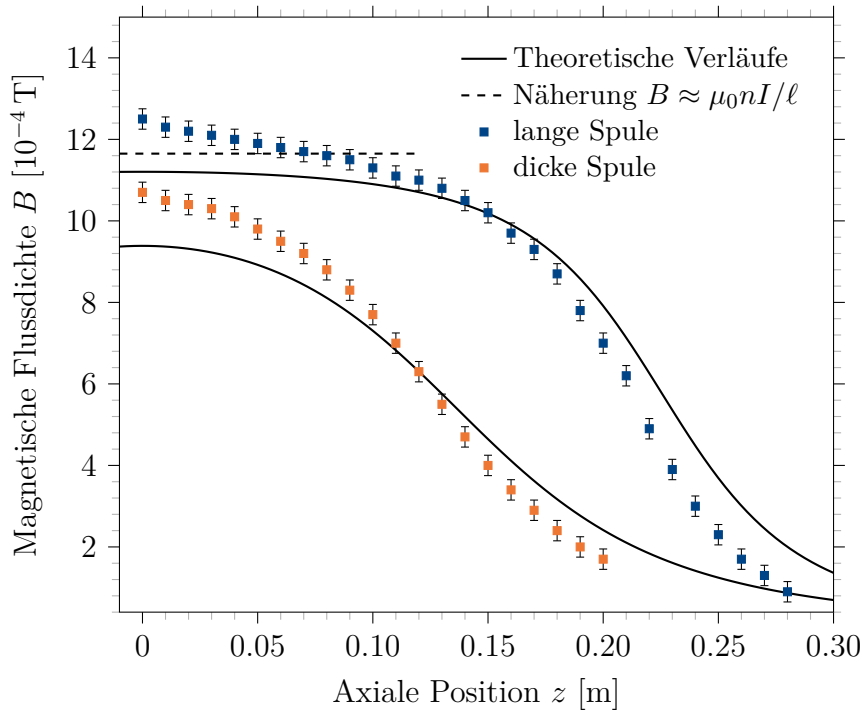


Abbildung 6: Axiale Magnetfeldverläufe der langen und der dicken Spule, gemessen mit der Hall-Sonde. Die gestrichelte Linie gibt die gemeinsame Näherung $B \approx \mu_0 n I / \ell$ wieder, die sich für beide Spulen aufgrund ihrer sehr ähnlichen Windungsdichte nur insignifikant unterscheidet.

4.4 Vergleich mit den Helmholtzspulen

In Abbildung 7 sind die mit der Hall-Sonde gemessenen magnetischen Flussdichten der Helmholtzspule sowie der langen und der dicken Spule entlang ihrer Längsachsen aufgetragen. Die Position $z = 0$ markiert bei allen drei Anordnungen die Symmetriemitte. Die Werte der Hall-Sonde wurden um die jeweiligen Sonden-Offsets korrigiert. Bei der Helmholtzspule wurde zusätzlich das Vorzeichen der gemessenen Flussdichte invertiert, um den Betrag des Feldes mit den anderen Spulen vergleichen zu können; die negative Polarität der Rohdaten rührt von der Anschlussrichtung der Hall-Sonde her. Auf eine Spiegelung der Messpunkte an der z -Achse wurde bewusst verzichtet, da die dafür notwendige invertierten Messungen nicht durchgeführt wurden.

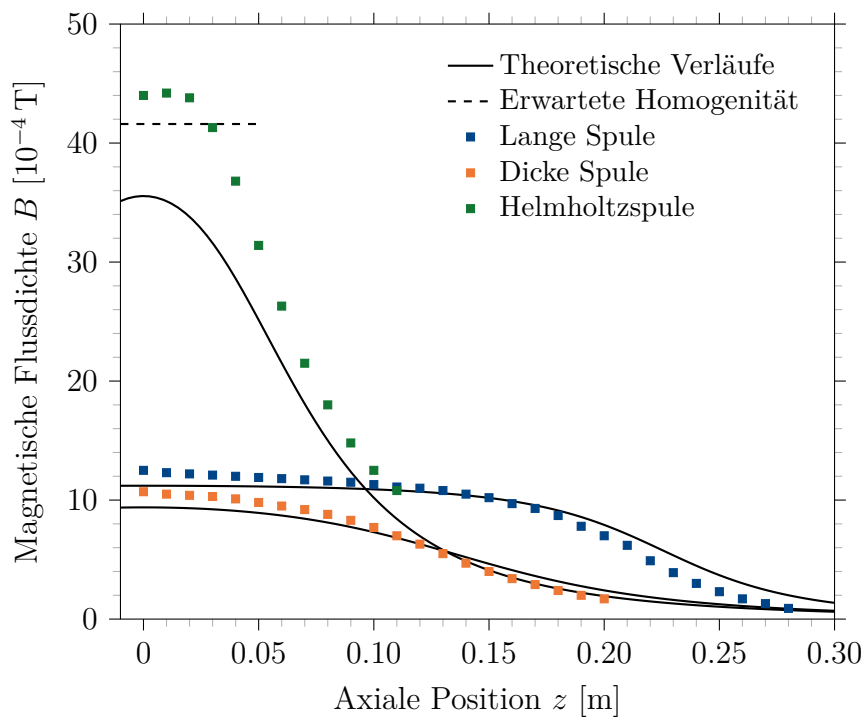


Abbildung 7: Vergleich der axialen Magnetfeldverläufe der langen, der dicken und der Helmholtzspule. Die gestrichelte Linie gibt den theoretisch erwarteten homogenen Feldwert der Helmholtzspulen nach Glg. (2.0.9) wieder.

Die eingezeichneten theoretischen Kurven der langen und der dicken Spule folgen aus dem in der Theorie hergeleiteten Ausdruck für das axiale Magnetfeld einer endlichen Zylinderspule (Glg. (2.0.4)). Für die Helmholtzspule wurde das Feld aus der Überlagerung der Felder zweier kurzer Spulen (genähert als Kreisringe mit Radius $R = 7,5\text{ cm}$) im Abstand $d = 5,0\text{ cm}$ berechnet. Die verwendeten Spulendaten sind: lange Spule $n = 836$, $\ell = 45,1\text{ cm}$, $R = 6,4\text{ cm}$; dicke Spule $n = 502$, $\ell = 27,0\text{ cm}$, $R = 10,0\text{ cm}$; Helmholtzspule $n = 497$ (pro Spule), $R = 7,5\text{ cm}$, Abstand $d = 5,0\text{ cm}$. Der Primärstrom betrug bei allen Messungen $I = 0,5\text{ A}$.

Die Helmholtzspule erreicht in ihrem Zentrum mit $B \approx 4,4 \cdot 10^{-3}\text{ T}$ eine etwa dreimal höhere Flussdichte als die lange Spule, fällt dafür aber außerhalb der Spulenanordnung deutlich schneller ab. Die gemessene Flussdichte stimmt innerhalb der Fehlerbalken mit dem theoretischen Wert überein, der aus der Überlagerung der Felder zweier kurzer Spulen berechnet wurde. Die Homogenität des Feldes ist bei der Helmholtzspule im Zentrum geringer als bei der langen Spule, was durch die steilere Krümmung der theoretischen Kurve belegt wird. Die Helmholtzspule zeigt trotz ihrer im Vergleich zur langen Spule geringeren Homogenität im Zentrum einen ausgedehnten, nahezu konstanten Feldbereich: Innerhalb von $\pm 2\text{ cm}$ um die Mittelebene bleibt die Flussdichte über 90 % ihres Maximalwertes, bevor sie zu den Rändern hin steil abfällt.

4.5 Bestimmung der magnetischen Feldkonstanten

4.5.1 Bestimmung der magnetischen Feldkonstante mithilfe der Hall-Sonde

Die magnetische Feldkonstante μ_0 wird aus dem Zentralfeld der langen Spule bestimmt, das mit der Hall-Sonde gemessen wurde. Da für die Hall-Sonde kein gerätespezifischer Offset gemessen wurde, wird der unveränderte Rohwert $B_{\text{exp}}(z=0) = 11,6 \text{ G} = 1,160 \cdot 10^{-3} \text{ T}$ verwendet. Im Spulenzentrum ($z = 0$, $a = \ell/2$) vereinfacht sich der im Theorieteil hergeleitete Ausdruck für das axiale Magnetfeld einer endlichen Zylinderspule (Glg. (2.0.4)) zu

$$B_{\text{exp}}(z=0) = \mu_0 \frac{nI}{\sqrt{4R^2 + \ell^2}}. \quad (4.5.1)$$

Auflösen nach μ_0 ergibt den funktionellen Zusammenhang

$$\mu_0 = \frac{B_{\text{exp}}(z=0) \cdot \sqrt{4R^2 + \ell^2}}{nI}. \quad (4.5.2)$$

Mit den Spulendaten der langen Spule ergibt sich

$$\mu_0 = 1,27 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}. \quad (4.5.3)$$

Die statistische Unsicherheit σ_{μ_0} wird über die Gaußsche Fehlerfortpflanzung bestimmt. Da die Windungszahl n als fehlerfrei angenommen wird, hängt μ_0 von den fehlerbehafteten Messgrößen B_{exp} , ℓ , R und I ab. Die vier partiellen Ableitungen sind

$$\frac{\partial \mu_0}{\partial B} = \frac{\sqrt{4R^2 + \ell^2}}{nI}; \quad \frac{\partial \mu_0}{\partial \ell} = \frac{B_{\text{exp}} \cdot \ell}{nI \cdot \sqrt{4R^2 + \ell^2}}; \quad (4.5.4)$$

$$\frac{\partial \mu_0}{\partial R} = \frac{4B_{\text{exp}} \cdot R}{nI \cdot \sqrt{4R^2 + \ell^2}}; \quad \frac{\partial \mu_0}{\partial I} = -\frac{B_{\text{exp}} \cdot \sqrt{4R^2 + \ell^2}}{nI^2}. \quad (4.5.5)$$

Mit den Standardunsicherheiten $\sigma_B = 0,05 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ (Genaugkeit der Hall-Sonde), $\sigma_\ell = 0,002 \text{ m}$, $\sigma_R = 0,001 \text{ m}$ und $\sigma_I = 0,005 \text{ A}$ werden die partiellen Beiträge quadratisch zur totalen Standardabweichung kombiniert:

$$\sigma_{\mu_0} = \sqrt{\left(\frac{\partial \mu_0}{\partial B} \sigma_B\right)^2 + \left(\frac{\partial \mu_0}{\partial \ell} \sigma_\ell\right)^2 + \left(\frac{\partial \mu_0}{\partial R} \sigma_R\right)^2 + \left(\frac{\partial \mu_0}{\partial I} \sigma_I\right)^2} = 0,04 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}. \quad (4.5.6)$$

Das finale experimentelle Endergebnis für die magnetische Feldkonstante aus der langen Spule mit der Hall-Sonde ist

$$\mu_0 = (1,27 \pm 0,04) \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}. \quad (4.5.7)$$

Der aktuelle Literaturwert [2] der magnetischen Feldkonstanten (Vakuumpermeabilität) gemäß den Angaben des *Committee on Data for Science and Technology* (CODATA) aus dem Jahr 2022 beträgt $\mu_{0,\text{Lit}} = 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/Am}$ ($= 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$). Der Literaturwert liegt innerhalb des 1σ -Intervalls $[1,23; 1,31] \cdot 10^{-6} \text{ Vs/Am}$ und ist somit im Rahmen der Messunsicherheit mit dem experimentellen Wert verträglich.

4.5.2 Bestimmung der magnetischen Feldkonstanten aus den weiteren Messungen

Zusätzlich wurde μ_0 aus der Induktionsmessung an der langen Spule sowie aus den Hall-Sonden-Messungen an der dicken Spule und der Helmholtzspule bestimmt. Für die Induktionsspule wurde das Zentralfeld aus dem Mittelwert der Ein- und Ausschaltmessung gebildet ($11,55 \cdot 10^{-4} \text{ T}$), für die dicke Spule der Rohwert ($9,5 \cdot 10^{-4} \text{ T}$) und für die Helmholtzspule der betragsmäßige Rohwert ($42,7 \cdot 10^{-4} \text{ T}$) verwendet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 zusammengestellt.

Messmethode	μ_0 [10^{-6} Vs/Am]	1σ -Intervall
Hall-Sonde (lange Spule)	$1,27 \pm 0,04$	[1,23; 1,31]
Induktionsspule (lange Spule)	$1,26 \pm 0,06$	[1,20; 1,32]
Hall-Sonde (dicke Spule)	$1,27 \pm 0,06$	[1,21; 1,33]
Hall-Sonde (Helmholtzspule)	$1,23 \pm 0,08$	[1,15; 1,31]

Tabelle 1: Vergleich der aus verschiedenen Messungen bestimmten magnetischen Feldkonstanten mit dem Literaturwert $\mu_{0,\text{Lit}} = 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/Am}$. Der Literaturwert liegt bei allen Methoden innerhalb des zugehörigen 1σ -Intervalls.

Alle vier unabhängigen Messmethoden ergeben innerhalb ihrer 1σ -Intervalle mit dem Literaturwert verträgliche Ergebnisse. Die Induktionsmessung an der langen Spule weist das kleinste relative Unsicherheitsintervall auf, was die Zuverlässigkeit dieser kalibrierungsfreien Methode unterstreicht.

5 Diskussion

Die Bestimmung der magnetischen Feldkonstanten μ_0 aus den vier unabhängigen Messreihen ergibt Werte, deren 1σ -Intervalle den Literaturwert [2] $\mu_{0,\text{Lit}} = 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ Vs/Am}$ vollständig einschließen (Tabelle 1). Der Literaturwert liegt bei allen Methoden innerhalb des zugehörigen $\pm 1\sigma$ -Bereichs, sodass keine der Messungen eine signifikante Abweichung aufweist. Die konsistenten Ergebnisse der vier methodisch verschiedenen Zugänge belegen die Gültigkeit des verwendeten Spulenmodells und der zugrunde liegenden Theorie.

Die Hall-Sonde und die Induktionsspule zeigen im direkten Vergleich (Abbildung 4, Abbildung 5) eine gute Übereinstimmung im homogenen Innenbereich der langen Spule. Im Außenbereich ($z > 15 \text{ cm}$) weist die Induktionsspule systematisch höhere Flussdichten auf als die Hall-Sonde und die theoretische Kurve. Diese Abweichung ist auf die endliche Länge der Induktionsspule (6 cm) zurückzuführen, die eine räumliche Mittelung des Feldes über das Spulenvolumen bewirkt und den steilen Feldabfall an den Spulenden glättet. Die getrennte Darstellung von Ein- und Ausschaltmessung zeigt zudem eine leichte Asymmetrie, die auf eine nicht vollständig abgeklungene Restmagnetisierung im Eisenjoch oder auf geringfügige Schwankungen des Primärstroms während der Messreihe hindeutet. Aufgrund der punktförmigen Messung und der direkten Ablesbarkeit ohne eine zusätzliche, vom Experimentator durchzuführende Kalibrierung wird die Hall-Sonde als zuverlässiger eingestuft.

Das Fehlen einer genauen Offsetmessung für die Hall-Sonde stellt eine systematische Unsicherheit dar, die sich insbesondere auf die Absolutwerte der Flussdichte auswirkt. Da das Gerät im feldfreien Zustand null anzeigte, wurde auf eine gesonderte Offsetbestimmung verzichtet. Geringfügige Nullpunktverschiebungen während der Messreihe können jedoch nicht ausgeschlossen werden und würden zu einer konstanten systematischen Abweichung aller Hall-Sonden-Messwerte führen.

Der Vergleich der drei Spulenanordnungen (Abbildung 7) zeigt die charakteristischen Unterschiede in Feldstärke und Homogenität. Die lange Spule weist das homogenste Feld über den größten Bereich auf, erreicht jedoch mit $B_{\text{max}} \approx 1,16 \cdot 10^{-3} \text{ T}$ die geringste Flussdichte. Die Helmholtzspule erzeugt im Zentrum ein etwa dreimal stärkeres Feld ($B_{\text{max}} \approx 4,4 \cdot 10^{-3} \text{ T}$), das jedoch bereits bei $z = 5 \text{ cm}$ auf 70 % des Maximalwertes abgefallen ist. Die dicke Spule bietet weder Homogenität noch hohe Feldstärke und ist für Anwendungen, die ein definiertes Magnetfeld erfordern, am wenigsten geeignet. Die gemessenen Feldverläufe folgen den theoretischen Kurven mit Abweichungen.

Bei der Helmholtzspule ist die Übereinstimmung zwischen Messung und Theorie weniger gut als bei den beiden anderen Spulen. Eine wesentliche Ursache hierfür liegt in der mechanisch mangelhaften Justierung der Apparatur: Die beiden Einzelspulen waren nicht ideal parallel zueinander ausgerichtet, sondern wiesen eine geringfügige Neigung zur Mittelebene hin auf. Diese Abweichung von der Helmholtz-Bedingung (Abstand gleich Radius, exakte Parallelität) führt zu einer Verzerrung des Feldverlaufs, die sich sowohl

auf die Homogenität im Zentrum als auch auf den Feldabfall im Außenbereich auswirkt. Hinzu kommt, dass die geometrischen Abmessungen der Spulen (Radius, Länge) mit einem Lineal vermessen wurden. Trotz hoher Sorgfalt können solche Messungen nicht die Präzision erreichen, die für einen exakten quantitativen Vergleich mit der Theorie wünschenswert wäre. Herstellerangaben zu den Spulendaten waren nur teilweise verfügbar und stimmten in Einzelfällen nicht vollständig mit den selbst gemessenen Werten überein.

Ein weiterer Unsicherheitsfaktor betrifft die Kalibrierung des Stromintegrators. Die verwendeten Widerstände (R_1 und R_2) wichen von ihren Nennwerten ab ($3,3\ \Omega$ zu $3,4\ \Omega$ bzw. $1000\ \Omega$ zu $961\ \Omega$). Diese Abweichung wurde in der Auswertung durch Verwendung der gemessenen Werte berücksichtigt, verdeutlicht jedoch die allgemeine Notwendigkeit, alle passiven Bauelemente vor der Messung sorgfältig zu überprüfen.

Die Messung magnetischer Felder ist grundsätzlich ein hochsensibles Experiment, bei dem äußere Störfelder (Erdmagnetfeld, ferromagnetische Gegenstände im Labor, Netzstörung) die Ergebnisse beeinflussen können. Eine Durchführung in einer elektromagnetisch abgeschirmten Umgebung oder zumindest eine räumliche Trennung von Experimentator und Apparatur während der Messung würde solche Einflüsse minimieren und zu reproduzierbareren Werten führen. Die hier vorliegenden Ergebnisse beruhen auf je einer Messreihe pro Auswertungspunkt. Für eine statistisch belastbarere Aussage wäre die Aufnahme mehrerer unabhängiger Messreihen erforderlich, um zufällige Fehler, etwa durch Ablesefehler oder kurzzeitige Störungen, zuverlässig identifizieren und herausmitteln zu können.

Zusammenfassend erweist sich die Hall-Sonde als das präzisere Messverfahren für räumlich aufgelöste Feldprofile, während die Induktionsspule durch ihre absolute Messung des magnetischen Flusses ohne Rückgriff auf eine externe Magnetfeldkalibrierung Vorteile bei der Absolutbestimmung von μ_0 bietet. Die Kombination beider Methoden ermöglicht eine zuverlässige und konsistente Charakterisierung der Magnetfelder aller untersuchten Spulenanordnungen. Trotz der genannten apparativen Unzulänglichkeiten erbringt das Experiment Werte, die im Rahmen der angegebenen Unsicherheiten mit der Theorie verträglich sind und die physikalischen Zusammenhänge überzeugend bestätigen.

Literatur

- [1] Jörn Große-Knetter und Peter Schaaf. *Das Physikalische Praktikum: Handbuch 2025/2026 für Studentinnen und Studenten der Physik, Band I*. Universität Göttingen, 2025.
- [2] Peter J. Mohr u. a. “CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2022”. In: *Reviews of Modern Physics* 97.2 (2025), S. 025002. DOI: [10.1103/RevModPhys.97.025002](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.97.025002).
- [3] W. Demtröder. *Experimentalphysik 2 Elektrizität und Optik*. Springer Spektrum, 2026.