

ANFÄNGERPRAKTIKUM DER FAKULTÄT FÜR PHYSIK,
UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

Versuch 04
Pohlscher Resonator

Praktikant/in:	Vladislav Begert
E-Mail-Adresse:	v.begert@stud.uni-goettingen.de
Praktikant/in:	Christoph Kehl
E-Mail-Adresse:	christoph.kehl01@stud.uni-goettingen.de
Betreuer/in:	Mathis Klever
Datum der Durchführung:	26.01.2026

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie	2
2.1	Herleitung der Differentialgleichung	2
2.2	Freie Schwingung und Homogene Lösung	2
2.3	Erzwungene Schwingung und Resonanz	3
3	Durchführung	4
3.1	Versuchsaufbau	4
3.2	Versuchsablauf	4
3.2.1	Freie, gedämpfte Schwingung	4
3.2.2	Erzwungene Schwingung und Resonanzanalyse	5
4	Auswertung	6
4.1	Freie gedämpfte Schwingung	6
4.2	Erzwungene gedämpfte Schwingung	7
4.2.1	Resonanzkurven	7
4.2.2	Phasenverschiebung	8
5	Diskussion	9
6	Bildquellen	9
	Anhang	10

1 Einleitung

Schwingende Systeme im Allgemeinen und Resonanzen im Besonderen spielen in der Physik und im Alltag eine fundamentale Rolle. Ob es das Mitschwingen einer Saite bei einem Musikinstrument ist, die Übertragung von Signalen in der Funktechnik oder die gezielte Nutzung in der Medizin (MRT) – das Prinzip ist allgegenwärtig. Doch die Beherrschung dieser Kräfte ist auch eine Frage der Sicherheit: In der Baustatik, beispielsweise bei Hängebrücken oder Hochhäusern, entscheidet das Verständnis von Eigenfrequenzen über die Stabilität, um die gefürchtete Resonanzkatastrophe zu vermeiden.

In diesem Versuch, benannt nach dem berühmten Göttinger Professor für Experimentalphysik, Robert Wichard Pohl, werden die Gesetzmäßigkeiten von freier und getriebener Schwingung experimentell untersucht. Der Pohlsche Resonator dient dabei als mechanisches Modellsystem, dessen mathematische Beschreibung durch Differentialgleichungen erfolgt, die sich in vielen Bereichen der Physik wiederfinden – von der Elektrodynamik (Schwingkreise) bis hin zur Quantenmechanik.

Das Ziel des Protokolls ist es, das Verhalten eines harmonischen Oszillators unter dem Einfluss einer äußeren, periodischen Erregerkraft und variabler Dämpfung zu analysieren. Dabei wird hergeleitet, wie das System nach einem anfänglichen Einschwingvorgang stationär mit der Erregerfrequenz schwingt. Im Zentrum der Untersuchung steht die Messung der Amplitude und der Phasenlage in Abhängigkeit von der Erregerfrequenz. Durch den Vergleich der experimentell aufgenommenen Resonanzkurven mit der Theorie soll die fundamentale Bedeutung der Dämpfung für die Kontrolle mechanischer Systeme verdeutlicht werden.

2 Theorie

Die zentrale Fragestellung bei diesem Versuch besteht darin, wie die Amplitude und die Phase des Resonators von der Frequenz des Erregers und der Dämpfung des Resonators abhängen. Mathematisch wird die erzwungene, gedämpfte Schwingung durch eine inhomogene Differentialgleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten beschrieben.

Für die mathematischen Herleitungen in diesem Abschnitt wird der Demtröder, W. "Experimentalphysik 1: Mechanik und Wärme" Springer Spektrum genutzt. Im Kapitel 11 (Schwingungen) werden die Differentialgleichungen (2.1.1 u. 2.1.2), die Lösung für die schwache Dämpfung (2.2.1), das logarithmische Dekrement (2.2.3) sowie die Amplituden- und Phasenfunktionen (2.3.1 u. 2.3.2) detailliert hergeleitet.

2.1 Herleitung der Differentialgleichung

Auf die Drehscheibe des Pohlschen Resonators mit dem Trägheitsmoment I wirkt durch die Spiralfeder ein zum Auslenkungswinkel ϕ proportionales Rückstellmoment $D\phi$, wobei D die Winkelrichtgröße der Feder darstellt. Zusätzlich wirkt durch die Wirbelstrombremse ein dämpfendes Moment $\rho\dot{\phi}$, welches proportional zur Winkelgeschwindigkeit angenommen wird. Unter Einwirkung eines äußeren periodischen Anregungsmoments $M\cos(\omega t)$ ergibt sich die Bewegungsgleichung:

$$I\ddot{\phi} + \rho\dot{\phi} + D\phi = M\cos(\omega t) \quad (2.1.1)$$

Durch Division mit dem Trägheitsmoment I und Einführung der normierten Größen $2\beta := \rho/I$, $\omega_0^2 := D/I$ und $N := M/I$ erhält man die Standardform der inhomogenen linearen Differentialgleichung:

$$\ddot{\phi} + 2\beta\dot{\phi} + \omega_0^2\phi = N\cos(\omega t) \quad (2.1.2)$$

Hierbei beschreibt $\omega_0 = \sqrt{D/I}$ die Eigenfrequenz des ungedämpften harmonischen Oszillators.

2.2 Freie Schwingung und Homogene Lösung

Ohne äußeren Antrieb ($N = 0$) beschreibt die Gleichung die freie Schwingung. Für den experimentell relevanten Fall der schwachen Dämpfung ($\omega_0 > \beta$) ergibt sich die Lösung zu:

$$\phi(t) = \phi_0 e^{-\beta t} \cos(\omega_e t - \varphi) \quad (2.2.1)$$

Die gedämpfte Eigenfrequenz ω_e und die ungedämpfte Eigenfrequenz ω_0 hängen wie folgt zusammen:

$$\omega_e = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \implies \omega_0 = \sqrt{\omega_e^2 + \beta^2} \quad (2.2.2)$$

Zur experimentellen Bestimmung der Dämpfungskonstante β nutzt man das **logarithmische Dekrement** Λ , welches als Logarithmus des Verhältnisses zweier aufeinanderfolgender Maxima definiert ist:

$$\Lambda = \ln \left(\frac{\phi_n}{\phi_{n+k}} \right) = \beta \cdot T \cdot k \quad \implies \quad \beta = \frac{\Lambda}{T} \quad (2.2.3)$$

2.3 Erzwungene Schwingung und Resonanz

Wird das System periodisch angetrieben, schwingt es nach einer Einschwingzeit stationär mit der Erregerfrequenz ω . Die Lösung der inhomogenen Gleichung liefert für die Amplitude ϕ_0 und die Phasenverschiebung φ :

$$\phi_0(\omega) = \frac{N}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} \quad (2.3.1)$$

$$\varphi(\omega) = \arctan \left(\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \right) \quad (2.3.2)$$

Die Schwingung läuft der Anregung stets hinterher ($\varphi < 0$). Bei der Resonanzfrequenz ω_r erreicht die Amplitude ihr Maximum:

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad (2.3.3)$$

An diesem Punkt (bzw. exakt bei $\omega = \omega_0$) beträgt die Phasenverschiebung $\pi/2$ (90°). Für sehr große Frequenzen $\omega \gg \omega_0$ strebt die Phase gegen π (180°), während die Amplitude gegen Null sinkt.

3 Durchführung

3.1 Versuchsaufbau

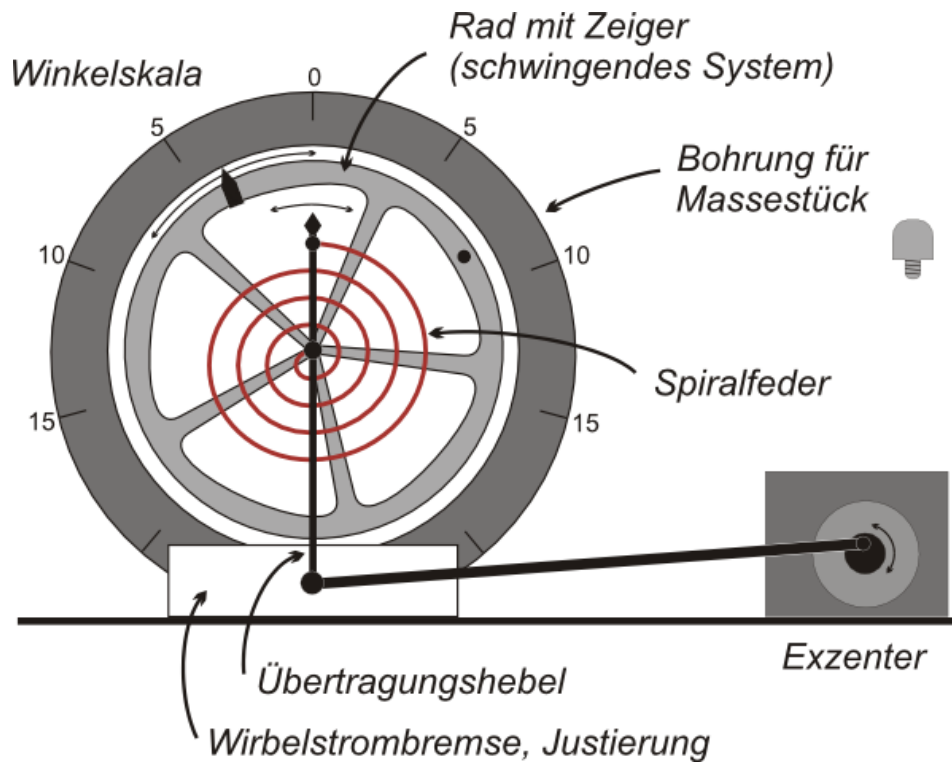


Abbildung 1: Versuchsaufbau.

Der Kern des Versuchsaufbaus ist ein **Pohlsches Drehpendel**, bestehend aus einer Schwungscheibe mit Trägheitsmoment I und einer Spiralfeder. Ein schrittmotor-gesteuerter Exzenter ermöglicht über eine Schubstange eine sinusförmige äußere Anregung. Die Dämpfung wird über eine **Wirbelstrombremse** realisiert, deren Stärke mittels eines Millimetertriebs eingestellt werden kann. Die Datenerfassung und Motorsteuerung erfolgen über ein Computersystem.

3.2 Versuchsablauf

3.2.1 Freie, gedämpfte Schwingung

Zur Bestimmung der Systemparameter $(\omega_e, \Lambda, \beta)$ wird das Rad bei ausgeschaltetem Motor ($\omega = 0$) auf 120° ausgelenkt. Dieser Vorgang wird für die Dämpfungseinstellungen

0 mm, 4 mm, 8 mm und 10 mm wiederholt. Die resultierenden Abklingkurven werden elektronisch aufgezeichnet.

3.2.2 Erzwungene Schwingung und Resonanzanalyse

Die Untersuchung der erzwungenen Schwingung erfolgt in einem Frequenzintervall von 100 mHz bis 600 mHz. Ein besonderes Augenmerk liegt auf der präzisen Bestimmung der **Resonanzfrequenz** ω_r .

Um den Peak der Resonanzkurve exakt abzubilden, wird die Messpunktdichte im Bereich der maximalen Amplituden deutlich erhöht. Während außerhalb der Resonanz mit größeren Frequenzschritten gearbeitet wird, erfolgt in der Nähe von ω_r eine feinmaschige Abtastung. Vor jeder Datenaufnahme wird das Ende des **Einschwingvorgangs** abgewartet, um sicherzustellen, dass sich das System im stationären Zustand befindet. Bei schwacher Dämpfung wird die Annäherung an das Maximum besonders vorsichtig durchgeführt, um eine Überschreitung des Skalenbereichs (Resonanzkatastrophe) zu vermeiden.

4 Auswertung

4.1 Freie gedämpfte Schwingung

In Abb. 2 sind die Abklingkurven für die vier Dämpfungen dargestellt.

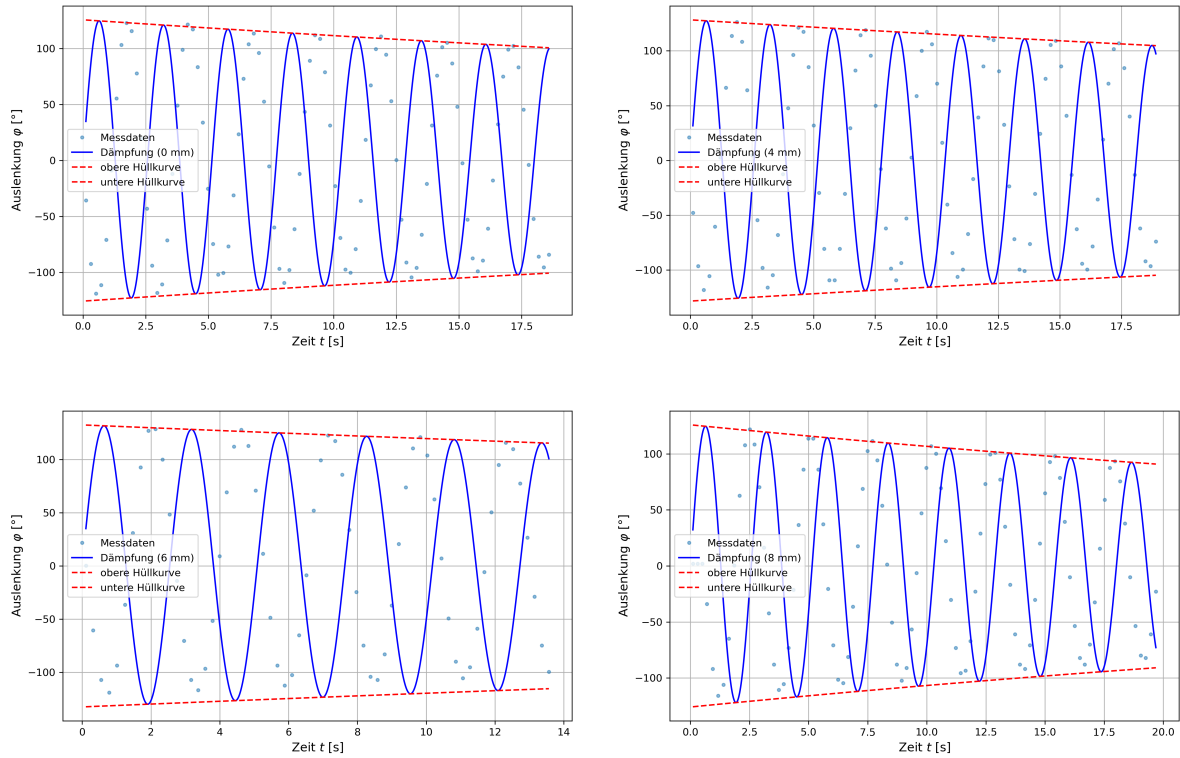


Abbildung 2: Abklingkurven für verschiedene Dämpfungen.

Zur Fehlerrechnung wird die Gaußsche Fehlerfortpflanzung verwendet:

$$\sigma_{\omega_e} = \frac{2\pi}{T^2} \sigma_T. \quad (4.1.1)$$

$$\sigma_{\Lambda} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\varphi_n}}{\varphi_n}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\varphi_{n+k}}}{\varphi_{n+k}}\right)^2}. \quad (4.1.2)$$

$$\sigma_{\beta} = \sqrt{\left(\frac{1}{T} \sigma_{\Lambda}\right)^2 + \left(\frac{\Lambda}{T^2} \sigma_T\right)^2}. \quad (4.1.3)$$

$$\sigma_{\omega_0} = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{(\omega_e \sigma_{\omega_e})^2 + (\beta \sigma_{\beta})^2}. \quad (4.1.4)$$

Dämpfung [mm]	T [s]	ω_e [rad/s]	Λ	β [1/s]	ω_0 [rad/s]
0	1.29 ± 0.06	4.89 ± 0.25	0.0015 ± 0.0005	0.0012 ± 0.0004	4.89 ± 0.25
4	1.30 ± 0.08	4.85 ± 0.29	0.0145 ± 0.0010	0.0112 ± 0.0010	4.85 ± 0.29
6	1.28 ± 0.07	4.91 ± 0.26	0.0031 ± 0.0013	0.0024 ± 0.0011	4.91 ± 0.26
8	1.29 ± 0.08	4.86 ± 0.30	0.0246 ± 0.0011	0.0190 ± 0.0014	4.86 ± 0.30

Tabelle 1: Auswertung der freien gedämpften Schwingung des Pohlschen Resonators.

Hierbei ist T die Periodendauer, ω_e die Eigenfrequenz, ω_0 die Eigenfrequenz *ohne* Dämpfung, Λ das logarithmische Dekrement und β die Dämpfungskonstante, welche die Stärke der Dämpfung festlegt.

Die errechneten ω_0 Werte stimmen somit mit der Eigenfrequenz ω_e überein.

4.2 Erzwungene gedämpfte Schwingung

4.2.1 Resonanzkurven

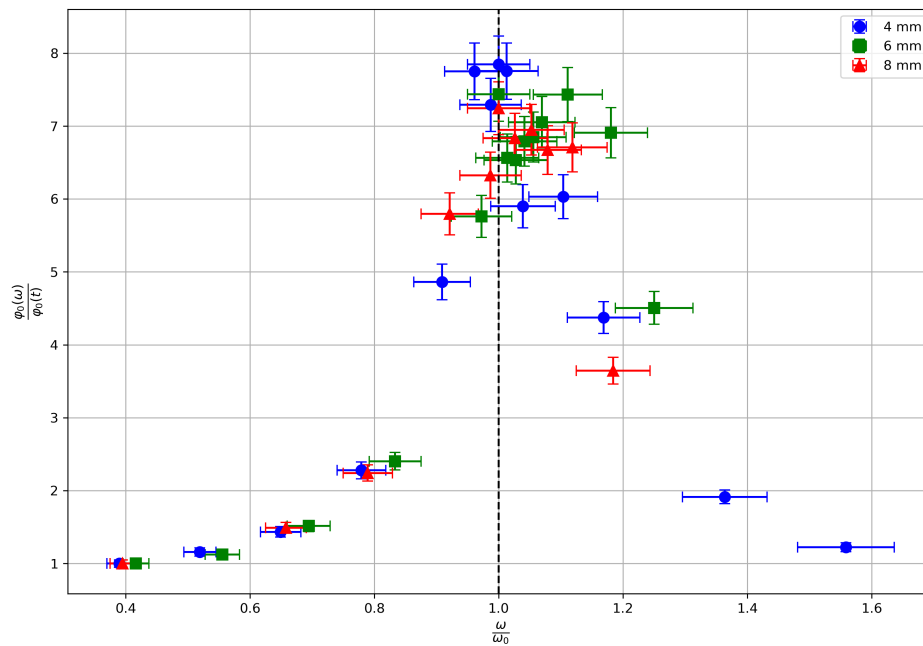


Abbildung 3: Erzwungene gedämpfte Schwingungen für verschiedene Dämpfungen.

4.2.2 Phasenverschiebung

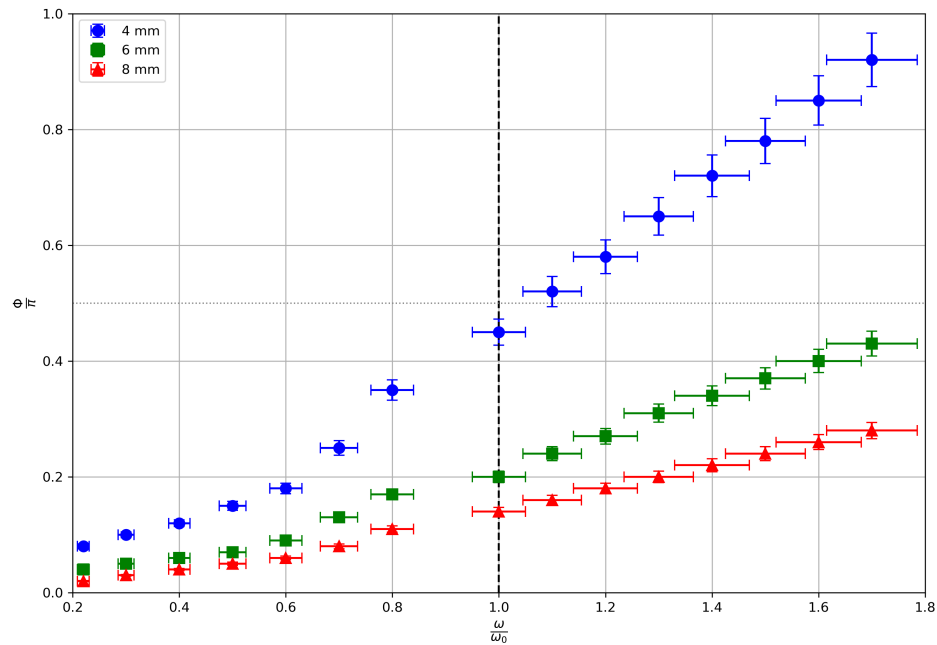


Abbildung 4: Phasenverschiebung der Schwingung für verschiedene Dämpfungen.

Dämpfung [mm]	$\omega_{r,theor}$ [rad/s]	$\omega_{r,exp}$ [rad/s]
4	4.847 ± 0.29	4.849 ± 0.29
6	4.900 ± 0.26	4.905 ± 0.26
8	4.855 ± 0.30	4.863 ± 0.30

Tabelle 2: Vergleich der theoretischen und experimentellen Resonanzfrequenzen.

5 Diskussion

Schon bei der Durchführung dieses Versuchs fiel auf, dass die Schwingungen an unserer Apparatur mit unterschiedlichen Dämpfungen um ein Vielfaches langsamer abklingen als dies bei anderen Apparaturen der Fall war. Die Abklingkurven aus Abb. 2 bestätigen diese Beobachtung: Die Steigungsdifferenzen sind relativ klein und mit bloßem Auge nur schwer zu erkennen. Dies bestätigt sich auch in Abb. 3. Es stellt sich die Frage, ob es sich hierbei um eine bestimmte Einstellung dieser Apparatur handelt oder ob dies durch einen Defekt verursacht wurde.

Die σ -Umgebung ist für eine durch Automatik gesteuerte Apparatur vergleichsweise deutlich höher als erwartet. Des Weiteren ist bei der Durchführung aufgefallen, dass die Nulllage des Motors nicht genau bei 0° lag, sondern um etwa 5° nach links verschoben war. Dies übte einen negativen Einfluss auf die Genauigkeit der Datenerfassung aus.

Zusätzlich mussten einzelne Datensätze aus der Auswertung ausgeschlossen werden, da offensichtlich fehlerhafte Auslenkungsgrade aufgezeichnet wurden. So traten beispielsweise Auslenkungen von bis zu 500° auf, die physikalisch nicht sinnvoll sind und daher nicht in die Auswertung einbezogen wurden. Es ist nicht auszuschließen, dass die Apparatur in diesen Fällen fehlerhafte Messwerte eingetragen hat.

Die in Abb. 4 dargestellte Phasenverschiebung bestätigt die Erwartungen bei so kleinen Unterschieden zwischen den Dämpfungen. Trotz aller Besonderheiten gibt es keinen signifikanten Unterschied zwischen den theoretischen und experimentellen Resonanzfrequenzen (Tab. 2), was die Ergebnisse dieses Versuchs insgesamt als befriedigend einstufen lässt.

6 Bildquellen

”Abbildung 1: Versuchsaufbau” <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/3548>

Anhang

Messdatensätze und Rohdaten

Aufgrund des großen Umfangs der aufgenommenen Messdaten (*insgesamt 85 Dateien*) wurden diese nicht vollständig in das Protokoll aufgenommen. Zur besseren Übersichtlichkeit des Protokolls sind sämtliche Messdateien digital gespeichert und über einen externen **GWDG-Cloud-Link** zugänglich gemacht.

Der vollständige Datensatz kann unter folgendem Link eingesehen und heruntergeladen werden:

<https://owncloud.gwdg.de/index.php/s/I4T54J3qS6isdcq>